

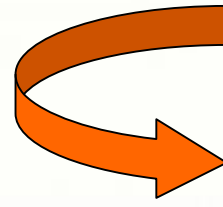


قسمت سیزدهم

خطی سازی معادلات ماشین القایی

خطی سازی معادلات ماشین القایی

معادلات ماشین غیر خطی است



عدم امکان استفاده از تئوری کنترل سیستمهای خطی



خطی سازی معادلات



تعیین تابع انتقال سیستم
تعیین مقادیر ویژه ماشین



خطی سازی معادلات ماشین القایی



$$v_{qs} = R i_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} y_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} y_{ds}$$

$$v_{ds} = R i_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} y_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} y_{qs}$$

$$v'_{dr} = R'_r i'_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} y'_{dr} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} y'_{qr}$$

$$v'_{qr} = R'_r i'_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} y'_{qr} + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} y'_{dr}$$

ترمهائی که باعث غیر خطی شدن معادلات شده اند





خطی سازی معادلات ماشین القایی

معادلات ماشین القایی را در مرجع گردان با سرعت سنکرون و در حالت تغذیه متعادل در نظر میگیریم:

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^e \\ u_{ds}^e \\ u_{qr}^{\prime e} \\ u_{dr}^{\prime e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{p}{\omega_b} x_{ss} & \frac{\omega_e}{\omega_b} x_{ss} & \frac{p}{\omega_b} x_m & \frac{\omega_e}{\omega_b} x_m \\ -\frac{\omega_e}{\omega_b} x_{ss} & r_s + \frac{p}{\omega_b} x_{ss} & -\frac{\omega_e}{\omega_b} x_m & \frac{p}{\omega_b} x_m \\ \frac{p}{\omega_b} x_m & s \frac{\omega_e}{\omega_b} x_m & r_r' + \frac{p}{\omega_b} x_{rr}' & s \frac{\omega_e}{\omega_b} x_{rr}' \\ -s \frac{\omega_e}{\omega_b} x_m & \frac{p}{\omega_b} x_m & -s \frac{\omega_e}{\omega_b} x_{rr}' & r_r' + \frac{p}{\omega_b} x_{rr}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^e \\ i_{ds}^e \\ i_{qr}^{\prime e} \\ i_{dr}^{\prime e} \end{bmatrix}$$



خطی سازی معادلات ماشین القایی

مولفه های این معادلات عبارتند از :

$$\text{راکتانس خودی رتور } (X'_{rr} = X'_{lr} + X_m)$$

$$\text{راکتانس خودی استاتور } (X_{ss} = X_{ls} + X_m)$$

$$\text{راکتانس مغناطیس کنندگی استاتور } (X_m)$$

$$\text{اپراتور مشتق و } s \text{ لغزش ماشین } (s = \frac{W_e - W_r}{W_e})$$



خطی سازی معادلات ماشین القایی

معادلات غیر خطی ماشین

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^e \\ u_{ds}^e \\ u_{qr}^{\prime e} \\ u_{dr}^{\prime e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{p}{W_b} x_{ss} & \frac{W_e}{W_b} x_{ss} & \frac{p}{W_b} x_m & \frac{W_e}{W_b} x_m \\ -\frac{W_e}{W_b} x_{ss} & r_s + \frac{p}{W_b} x_{ss} & -\frac{W_e}{W_b} x_m & \frac{p}{W_b} x_m \\ \frac{p}{W_b} x_m & s \frac{W_e}{W_b} x_m & r_r' + \frac{p}{W_b} x_{rr}' & s \frac{W_e}{W_b} x_{rr}' \\ -s \frac{W_e}{W_b} x_m & \frac{p}{W_b} x_m & -s \frac{W_e}{W_b} x_{rr}' & r_r' + \frac{p}{W_b} x_{rr}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^e \\ i_{ds}^e \\ i_{qr}^{\prime e} \\ i_{dr}^{\prime e} \end{bmatrix}$$

$$T = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{p}{2}\right) L_m (i_{dr}' i_{qs}^e - i_{qr}' i_{ds}^e)$$



روشهای خطی سازی معادلات

دو روش معمول برای خطی سازی معادلات استفاده میشود:

1 بسط به سری تیلور

2 روش اعمال اغتشاش (perturbation)



بسط به سری تیلور

$$g(x) \quad x = x_0 + \Delta x$$

$$g(x) = g(x_0) + g'(x_0)\Delta x + \frac{g''(x_0)}{2!}\Delta x^2 + \frac{g'''(x_0)}{3!}\Delta x^3 + \dots$$

$$\Delta x \Rightarrow 0$$

$$g(x) \approx g(x_0) + g'(x_0)\Delta x$$



بسط به سری تیلور

حال اگر بخواهیم معادلات مربوطه را خطی کنیم داریم:

$$(P_0) \Rightarrow (i_{qso}^e, i_{dro}^{\prime e}, i_{dso}^e, i_{qro}^{\prime e})$$

$$(P_1) \Rightarrow (i_{qs}^e, i_{dr}^{\prime e}, i_{ds}^e, i_{qr}^{\prime e})$$

$$T_e(P_0) = x_m [i_{qso}^e i_{dro}^{\prime e} - i_{dso}^e i_{qro}^{\prime e}]$$

$$T(P_1) = T(P_0) + \frac{\partial T}{\partial i_{qs}^e}(P_0) \Delta i_{qs}^e + \frac{\partial T}{\partial i_{ds}^e}(P_0) \Delta i_{ds}^e + \frac{\partial T}{\partial i_{qr}^{\prime e}}(P_0) \Delta i_{qr}^{\prime e} + \frac{\partial T}{\partial i_{dr}^{\prime e}}(P_0) \Delta i_{dr}^{\prime e}$$

$$\Delta T_e = x_m [i_{qso}^e \Delta i_{dr}^{\prime e} + i_{dro}^{\prime e} \Delta i_{qs}^e - i_{dso}^e \Delta i_{qr}^{\prime e} - i_{qro}^{\prime e} \Delta i_{ds}^e]$$



روش اغتشاش

در این روش به همه متغیرها در معادلات مربوطه اغتشاشی اعمال میشود. با توجه به کوچک بودن جابجائیها یا دامنه تغییرات ($\Delta x \Rightarrow 0$) میتوان از عبارات (Δ^2) صرف نظر کرد.

معادله گشتاور را مجدداً با استفاده از این روش بدست میآوریم :

$$T_{e0} + \Delta T_e = x_m \left[(i_{qs0}^e + \Delta i_{qs}^e)(i_{dro}^{\prime e} + \Delta i_{dr}^{\prime e}) - (i_{dso}^e + \Delta i_{ds}^e)(i_{qro}^{\prime e} + \Delta i_{qr}^{\prime e}) \right]$$

$$\Delta T_e = x_m \left[i_{qs0}^e \Delta i_{dr}^{\prime e} + i_{dro}^{\prime e} \Delta i_{qs}^e - i_{dso}^e \Delta i_{qr}^{\prime e} - i_{qro}^{\prime e} \Delta i_{ds}^e \right]$$



خطی سازی کلیه معادلات

حال معادلات را حول یک نقطه کار $(i_{qso}^e, i_{dso}^e, i'_{qro}{}^e, i'_{dro}{}^e, W_{ro})$ خطی نموده و بازنویسی میکنیم :

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{qs}^e \\ \Delta u_{ds}^e \\ \Delta u'_{qr}{}^e \\ \Delta u'_{dr}{}^e \\ \Delta T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{P}{W_b} x_{ss} & \frac{W_e}{W_b} x_{ss} & \frac{P}{W_b} x_m & \frac{W_e}{W_b} x_m & 0 \\ -\frac{W_e}{W_b} x_{ss} & r_s + \frac{P}{W_b} x_{ss} & -\frac{W_e}{W_b} x_m & \frac{P}{W_b} x_m & 0 \\ \frac{P}{W_b} x_m & s_0 \frac{W_e}{W_b} x_m & r'_r + \frac{P}{W_b} x'_{rr} & s_0 \frac{W_e}{W_b} x'_{rr} & -x_m i_{dso}^e - x'_{rr} i'_{dro}{}^e \\ s_0 \frac{W_e}{W_b} x_m & \frac{P}{W_b} x_m & -s_0 \frac{W_e}{W_b} x'_{rr} & r'_r + \frac{P}{W_b} x'_{rr} & x_m i_{qso}^e + x'_{rr} i'_{qro}{}^e \\ x_m i'_{dro}{}^e & -x_m i'_{qro}{}^e & -x_m i_{dso}^e & x_m i_{qro}^e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_{qs}^e \\ \Delta i_{ds}^e \\ \Delta i'_{qr}{}^e \\ \Delta i'_{dr}{}^e \\ \Delta \frac{W_r}{W_b} \end{bmatrix}$$



خطی سازی معادلات

اکنون معادلات خطی شده را بر حسب بردار متغیرهای حالت بصورت زیر بازنویسی میکنیم:

$$[U] = Ep[x] - F[x]$$

در این رابطه :

$$[x]^T = \left[\Delta i_{qs}^e \quad \Delta i_{ds}^e \quad \Delta i_{qr}^e \quad \Delta i_{dr}^e \quad \frac{\Delta w_r}{w_b} \right] \quad [x] \text{ بردار متغیرهای حالت}$$

$$[U]^T = \left[\Delta v_{qs}^e \quad \Delta v_{ds}^e \quad \Delta v_{qr}^e \quad \Delta v_{dr}^e \quad T_L \right] \quad [U] \text{ بردار ورودی}$$

$$P \quad \text{اپراتور مشتق}$$

ماتریس ضرایب بشرح زیر میباشد :



خطی سازی معادلات

[E] و [F] ماتریس ضرایب بشرح زیر میباشند :

$$[F] = - \begin{bmatrix} r_s & \frac{W_e}{W_b} x_{ss} & 0 & \frac{W_e}{W_b} x_m & 0 \\ -\frac{W_e}{W_b} x_{ss} & r_s & -\frac{W_e}{W_b} x_m & 0 & 0 \\ 0 & s_0 \frac{W_e}{W_b} x_m & r'_r & s_0 \frac{W_e}{W_b} x'_{rr} & -x_m i_{ds0}^e - x'_{rr} i_{dr0}^e \\ s_0 \frac{W_e}{W_b} x_m & 0 & -s_0 \frac{W_e}{W_b} x'_{rr} & r'_r & x_m i_{qs0}^e + x'_{rr} i_{qr0}^e \\ x_m i_{dr0}^e & -x_m i_{qr0}^e & -x_m i_{ds0}^e & x_m i_{qr0}^e & 0 \end{bmatrix}$$

$$[E] = \frac{1}{W_b} \begin{bmatrix} x_{ss} & 0 & x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_{ss} & 0 & x_m & 0 \\ x_m & 0 & x'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & x_m & 0 & x'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2Hw_b \end{bmatrix}$$

معادله مشخصه ماشین

اگر معادلات را بصورت معادلات حالت معمول بنویسیم :

$$p[x] = A[x] + B[u]$$

$$\begin{cases} A = [E]^{-1}[F] \\ B = [E]^{-1} \end{cases} \quad \leftarrow \quad \text{با مقایسه با معادله قبلی داریم:}$$

اگر ورودی سیستم برابر صفر باشد، پاسخ سیستم چنین میشود :

$$x = e^{At} K$$

بردار نشاندهنده
شرایط اولیه

ماتریس انتقال حالت





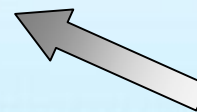
ریشه های معادله مشخصه ماشین

پایداری در جابجایی کوچک زمانی حاصل میشود که همه مولفه های ماتریس انتقال با میل زمان به بینهایت، به سمت صفر میل کنند. این اتفاق زمانی رخ میدهد که همه ریشه های معادله مشخصه دارای قسمتهای حقیقی منفی باشند.

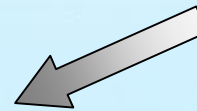
$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad \text{معادله مشخصه :}$$

در این معادله I ماتریس واحد و λ ریشه های معادله یا ریشه های مشخصه یا مقادیر ویژه سیستم هستند. این مقادیر برای پیش بینی رفتار سیستم بکار میروند.

مقادیر حقیقی (نوسانات میراشونده یا افزایشی)



مقادیر ویژه



مقادیر مختلط (نوسانی)



نحوه محاسبه مقادیر ویژه ماشین

برای محاسبه مقادیر ویژه ماشین القایی بشکل زیر عمل میکنیم :

- 1 معادلات حاکم بر سیستم را مینویسیم
- 2 معادلات را حول یک نقطه کارخطی میکنیم
- 3 بازنویسی معادلات بصورت معادلات حالت کلاسیک
- 4 بدست آوردن معادله مشخصه
- 5 حل معادله و تعیین مقادیر ویژه

با توجه به ابعاد معادلات بدست آمده برای ماشین القایی، در هر نقطه کار 5 مقدار ویژه وجود دارد.