قسمت سیزدهم

خطی سازی معادلات ماشین القایی

خطی سازی معادلات ماشین القایی

معادلات ماشین غیر خطی است

عدم امکان استفاده از تئوری کنترل سیستمهای خطی

خطی سازی معادلات

تعیین تابع انتقال سیستم

تعیین مقادی ویژه ماشین

خطی سازی معادلات ماشین القایی

$$v_{qs} = Ri_{qs} + \frac{1}{w_b}\frac{d}{dt}y_{qs} + \frac{w}{w_b}y_{ds}$$

$$v_{ds} = Ri_{ds} + \frac{1}{w_b}\frac{d}{dt}y_{ds} - \frac{w}{w_b}y_{qs}$$

ترمهائی که باعث غیر خطی شدن معادلات شده اند

$$v'_{dr} = R'_r i'_{dr} + \frac{1}{w_b}\frac{d}{dt}y'_{dr} - \frac{(w - w_r)}{w_b}y'_{qr}$$

$$v'_{qr} = R'_r i'_{qr} + \frac{1}{w_b}\frac{d}{dt}y'_{qr} + \frac{(w - w_r)}{w_b}y'_{dr}$$

خطی سازی معادلات ماشین القایی

معادلات ماشین القایی را در مرجع گردان با سرعت سنکرون ودرحالت تغذیه متعادل در نظر میگیریم :

$$
\begin{bmatrix} u_{qs}^{e} \\ u_{ds}^{e} \\ u_{qr}'^{e} \\ u_{dr}'^{e} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
r_s + \frac{P}{w_b} x_{ss} & \frac{w_e}{w_b} x_{ss} & \frac{p}{w_b} x_m & \frac{w_e}{w_b} x_m \\
-\frac{w_e}{w_b} x_{ss} & r_s + \frac{p}{w_b} x_{ss} & -\frac{w_e}{w_b} x_m & \frac{p}{w_b} x_m \\
\frac{p}{w_b} x_m & s\frac{w_e}{w_b} x_m & r_r' + \frac{p}{w_b} x_{rr}' & s\frac{w_e}{w_b} x_{rr}' \\
-s\frac{w_e}{w_b} x_m & \frac{p}{w_b} x_m & -s\frac{w_e}{w_b} x_{rr}' & r_r' + \frac{p}{w_b} x_{rr}'
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} i_{qs}^{e} \\ i_{ds}^{e} \\ i_{qr}'^{e} \\ i_{dr}'^{e} \end{bmatrix}
$$

خطی سازی معادلات ماشین القایی

مولفه های این معادلات عبارتند از :

راکتانس خودی رتور $(X'_{rr} = X'_{lr} + X_m)$

راکتانس خودی استاتور $(X_{ss} = X_{ls} + X_m)$

راکتانس مغناطیس کنندگی استاتور $(\ X_m\ )$

اپراتور مشتق و s لغزش ماشین $(s = \dfrac{w_e - w_r}{w_e})$

معادلات غیر خطی ماشین

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^{e} \\ u_{ds}^{e} \\ u_{qr}'^{e} \\ u_{dr}'^{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{P}{w_b} x_{ss} & \frac{w_e}{w_b} x_{ss} & \frac{p}{w_b} x_m & \frac{w_e}{w_b} x_m \\ -\frac{w_e}{w_b} x_{ss} & r_s + \frac{p}{w_b} x_{ss} & -\frac{w_e}{w_b} x_m & \frac{p}{w_b} x_m \\ \frac{p}{w_b} x_m & s\frac{w_e}{w_b} x_m & r_r' + \frac{p}{w_b} x_{rr}' & s\frac{w_e}{w_b} x_{rr}' \\ -s\frac{w_e}{w_b} x_m & \frac{p}{w_b} x_m & -s\frac{w_e}{w_b} x_{rr}' & r_r' + \frac{p}{w_b} x_{rr}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^{e} \\ i_{ds}^{e} \\ i_{qr}'^{e} \\ i_{dr}'^{e} \end{bmatrix}$$

$$T = (\frac{3}{2})(\frac{p}{2}) L_m (i'_{dr}\, i_{qs} - i'_{qr}\, i_{ds})$$

روشهای خطی سازی معادلات

دو روش معمول برای خطی سازی معادلات استفاده میشود:

1. **بسط به سری تیلور**
2. **روش اعمال اغتشاش(perturbation)**

بسط به سری تیلور

$$g(x\ ) \qquad x = x_0 + \Delta_X$$

$$g(x) = g(x_0) + g'(x_0)\Delta x + \frac{g''(x_0)}{2!}\Delta x^2 + \frac{g'''(x_0)}{3!}\Delta x^3 + \ldots.$$

$$\boxed{\Delta_X \Rightarrow 0}$$

$$\mathrm{g(x)} \simeq \mathrm{g(x_0)} + \mathrm{g'(x_0)}\Delta \mathrm{x}$$

بسط به سری تیلور

حال اگر بخواهیم معادلات مربوطه را خطی کنیم داریم:

$$(P_0) \Rightarrow (i_{qs0}^{e}, i_{dr0}'^{e}, i_{ds0}^{e}, i_{qr0}'^{e})$$

$$(P_1) \Rightarrow (i_{qs}^{e}, i_{dr}'^{e}, i_{ds}^{e}, i_{qr}'^{e})$$

$$T_e(P_0) = x_m\left[i_{qs0}^{e} i_{dr0}'^{e} - i_{ds0}^{e} i_{qr0}'^{e}\right]$$

$$T(P_1) = T(P_0) + \frac{\partial T}{\partial i_{qs}^{e}}(P_0)\Delta i_{qs}^{e} + \frac{\partial T}{\partial i_{ds}^{e}}(P_0)\Delta i_{ds}^{e} + \frac{\partial T}{\partial i_{qr}'^{e}}(P_0) + \frac{\partial T}{\partial i_{dr}'^{e}}(P_0)$$

$$\Delta T_e = x_m\left[i_{qs0}^{e}\Delta i_{dr}'^{e} + i_{dr0}'^{e}\Delta i_{qs}^{e} - i_{ds0}^{e}\Delta i_{qr}'^{e} - i_{qr0}'^{e}\Delta i_{ds}^{e}\right]$$

روش اغتشاش

در این روش به همه متغیرها در معادلات مربوطه اغتشاشی اعمال میشود. با توجه به کوچک بودن جابجائیها یا دامنه تغییرات $(\Delta x \Rightarrow 0)$ میتوان از عبارات (Δ^2) صرف نظر کرد.

معادله گشتاور را مجددا با استفاده از این روش بدست میآوریم :

$$T_{e\mathbf{o}} + \Delta T_e = x_m \left[\left(i^e_{qs\mathbf{o}} + \Delta i^e_{qs}\right)\left(i'^e_{dr\mathbf{o}} + \Delta i'^e_{dr}\right) - \left(i^e_{ds\mathbf{o}} + \Delta i^e_{ds}\right)\left(i'^e_{qr\mathbf{o}} + \Delta i'^e_{qr}\right)\right]$$

$$\Delta T_e = x_m \left[i^e_{qs\mathbf{o}} \Delta i'^e_{dr} + i'^e_{dr\mathbf{o}} \Delta i^e_{qs} - i^e_{ds\mathbf{o}} \Delta i'^e_{qr} - i'^e_{qr\mathbf{o}} \Delta i^e_{ds}\right]$$

خطی سازی کلیه معادلات

حال معادلات را حول یک نقطه کار $\left(i^{e}_{qs0}, i^{e}_{ds0}, i'^{e}_{qr0}, i'^{e}_{dr0}, w_{r0}\right)$ خطی نموده و بازنویسی میکنیم :

$$\begin{bmatrix} \Delta u^{e}_{qs} \\ \Delta u^{e}_{ds} \\ \Delta u'^{e}_{qr} \\ \Delta u'^{e}_{dr} \\ \Delta T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{P}{w_b} x_{ss} & \frac{w_e}{w_b} x_{ss} & \frac{P}{w_b} x_m & \frac{w_e}{w_b} x_m & 0 \\ -\frac{w_e}{w_b} x_{ss} & r_s + \frac{P}{w_b} x_{ss} & -\frac{w_e}{w_b} x_m & \frac{P}{w_b} x_m & 0 \\ \frac{P}{w_b} x_m & s_0 \frac{w_e}{w_b} x_m & r'_r + \frac{P}{w_b} x'_{rr} & s_0 \frac{w_e}{w_b} x'_{rr} & -x_m i^{e}_{ds0} - x'_{rr} i'^{e}_{dr0} \\ s_0 \frac{w_e}{w_b} x_m & \frac{P}{w_b} x_m & -s_0 \frac{w_e}{w_b} x'_{rr} & r'_r + \frac{P}{w_b} x'_{rr} & x_m i^{e}_{qs0} + x'_{rr} i'^{e}_{qr0} \\ x_m i'^{e}_{dr0} & -x_m i'^{e}_{qr0} & -x_m i^{e}_{ds0} & x_m i^{e}_{qr0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i^{e}_{qs} \\ \Delta i^{e}_{ds} \\ \Delta i'^{e}_{qr} \\ \Delta i'^{e}_{dr} \\ \Delta \frac{w_r}{w_b} \end{bmatrix}$$

خطی سازی معادلات

اکنون معادلات خطی شده را بر حسب بردار متغیرهای حالت بصورت زیر بازنویسی میکنیم:

$$[U] = Ep[x] - F[x]$$

در این رابطه :

$[x]$ بردار متغیرهای حالت

$$[x]^T = \left[\Delta i_{qs}^e \quad \Delta i_{ds}^e \quad \Delta i_{qr}'^e \quad \Delta i_{dr}'^e \quad \frac{\Delta w_r}{w_b} \right]$$

$[U]$ بردار ورودی

$$[U]^T = \left[\Delta v_{qs}^e \quad \Delta v_{ds}^e \quad \Delta v_{qr}^e \quad \Delta v_{dr}^e \quad T_L \right]$$

P اپراتور مشتق

ماتریس ضرایب بشرح زیر میباشند :

خطی سازی معادلات

ماتریس $[F]$ و $[E]$ ضرایب بشرح زیر میباشند :

$$[F]=-\begin{bmatrix} r_s & \frac{w_e}{w_b}x_{ss} & 0 & \frac{w_e}{w_b}x_m & 0 \\ -\frac{w_e}{w_b}x_{ss} & r_s & -\frac{w_e}{w_b}x_m & 0 & 0 \\ 0 & s_0\frac{w_e}{w_b}x_m & r'_r & s_0\frac{w_e}{w_b}x'_{rr} & -x_m i^e_{ds0}-x'_{rr}i'^e_{dr0} \\ s_0\frac{w_e}{w_b}x_m & 0 & -s_0\frac{w_e}{w_b}x'_{rr} & r'_r & x_m i^e_{qs0}+x'_{rr}i'^e_{qr0} \\ x_m i'^e_{dr0} & -x_m i'^e_{qr0} & -x_m i^e_{ds0} & x_m i^e_{qr0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$[E]=\frac{1}{w_b}\begin{bmatrix} x_{ss} & 0 & x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_{ss} & 0 & x_m & 0 \\ x_m & 0 & x'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & x_m & 0 & x'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2Hw_b \end{bmatrix}$$

معادله مشخصه ماشین

اگر معادلات را بصورت معادلات حالت معمول بنویسیم :

$$p[x] = A[x] + B[u]$$

با مقایسه با معادله قبلی داریم :

$$\begin{cases} A = [E]^{-1}[F] \\ B = [E]^{-1} \end{cases}$$

اگر ورودی سیتم برابر صفر باشد، پاسخ سیستم چنین میشود :

$$x = e^{At} K$$

بردارنشاندهنده
شرایط اولیه

ماتریس انتقال حالت

ریشه های معادله مشخصه ماشین

پایداری در جابجایی کوچک زمانی حاصل میشود که همه مولفه های ماتریس انتقال با میل زمان به بینهایت، به سمت صفر میل کنند.این اتفاق زمانی رخ میدهد که همه ریشه های معادله مشخصه دارای قسمتهای حقیقی منفی باشند.

معادله مشخصه :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

در این معادله I ماتریس واحد و λ ریشه های معادله یا ریشه های مشخصه یا مقادیر ویژه سیستم هستند. این مقادیر برای پیش بینی رفتار سیستم بکار میروند.

مقادیر ویژه

مقادیر حقیقی (نوسانات میراشونده یا افزایشی)

مقادیر مختلط (نوسانی)

نحوه محاسبه مقادیر ویژه ماشین

برای محاسبه مقادیر ویژه ماشین القایی بشکل زیر عمل میکنیم :

1. معادلات حاکم بر سیستم را مینویسیم
2. معادلات را حول یک نقطه کارخطی میکنیم
3. بازنویسی معادلات بصورت معادلات حالت کلاسیک
4. بدست آوردن معادله مشخصه
5. حل معادله وتعیین مقادیر ویژه

با توجه به ابعاد معادلات بدست آمده برای ماشین القایی، در هر نقطه کار 5 مقدار ویژه وجود دارد.