باسمه تعالی

دانشگاه علم و صنعت ایران

شناسایی سیستم ها

Lecture 4

Selecting the Model
and Selecting the Input

مقدمه

$$\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{b(z)}{a(z)}=\frac{b_{n-1}z^{n-1}+b_{n-2}z^{n-2}+\cdots+b_0}{z^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots+a_1z+a_0}$$

$$\rightarrow \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})}=\frac{b_{n-1}z^{-1}+b_{n-2}z^{-2}+\cdots+b_0z^{-n}}{1+a_{n-1}z^{-1}+\cdots+a_1z^{1-n}+a_0z^{-n}}$$

$$\rightarrow \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})}=\frac{b_{n-1}z^{-1}+b_{n-2}z^{-2}+\cdots+b_0z^{-n}}{1+a_{n-1}z^{-1}+\cdots+a_1z^{1-n}+a_0z^{-n}}$$

$$\xrightarrow{I.Z.T.} y(k)=-\underset{?}{a_{n-1}}\,y(k-1)-\cdots-\underset{?}{a_1}\,y(k-n+1)-\underset{?}{a_0}\,y(k-n)+\underset{?}{b_{n-1}}\,u(k-1)+\underset{?}{b_{n-2}}\,u(k-2)+\cdots+\underset{?}{b_0}\,u(k-n)$$

مقدمه

$$y(k) = -\underset{?}{a_{n-1}}\, y(k-1) - \cdots - \underset{?}{a_1}\, y(k-n+1) - \underset{?}{a_0}\, y(k-n) + \underset{?}{b_{n-1}}\, u(k-1) + \underset{?}{b_{n-2}}\, u(k-2) + \cdots + \underset{?}{b_0}\, u(k-n)$$

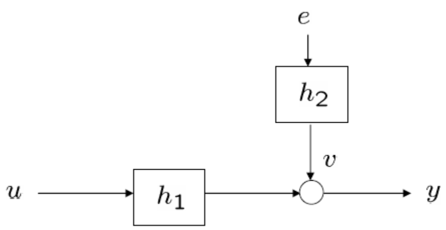
$$y(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) & \cdots & -y(k-n) & u(k-1) & \cdots & u(k-n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n-1} \\ \vdots \\ a_0 \\ b_{n-1} \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix} = \gamma(k)\theta$$

$$\theta = ?$$

بررسی اهمیت انتخاب مدل در فرایند شناسایی

$$\delta_1: \; y(k) - 0.8y(k-1) = u(k-1) + e(k)$$
$$\delta_2: \; y(k) - 0.8y(k-1) = u(k-1) + e(k) - 0.8e(k-1)$$

$$u: \; N(0, \sigma^2)$$
$$e: \; N(0, \lambda^2)$$



$y = h_1 * u + h_2 * e$ $\qquad$ e, u are uncorrelated $\Rightarrow$ u, v are uncorrelated

بررسی اهمیت انتخاب مدل در فرایند شناسایی

$$\delta_1: \ y(k)-0.8y(k-1)=u(k-1)+e(k) \qquad u: \ N(0,\sigma^2)$$

$$\delta_2: \ y(k)-0.8y(k-1)=u(k-1)+e(k)-0.8e(k-1) \qquad e: \ N(0,\lambda^2)$$

$$\Rightarrow \ \delta_1: \ y=\frac{z^{-1}}{1-0.8z^{-1}}u+\frac{z^{-1}}{1-0.8z^{-1}}e$$

تذکر: در سیستم ۱ نویز در فرکانس های پایین تقویت می گردد.

$$\Rightarrow \ \delta_2: \ y=\frac{z^{-1}}{1-0.8z^{-1}}u+e$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل

Parameters	*True Values*	*Model_1*	*Model_2*
a	*-0.8*	*-0.7935*	*-0.5733*
b	*1*	*1.0130*	*0.9693*

- For System I, the model structure is identical to the model of the processes. Thus, the parameters converged to the real parameters.

- For System II, the model structure is different from the actual model. The estimated parameters had a bias.

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$y(k)+ay(k-1)=bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)$$

$$y(k)=-ay(k-1)+bu(k-1)+\underbrace{e(k)+ce(k-1)}_{v(t)}$$

$$y(k)=\begin{bmatrix}-y(k-1) & u(k-1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix}+\underbrace{e(k)+ce(k-1)}_{v(t)}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}y(1)\\ y(2)\\ \vdots\\ y(n)\end{bmatrix}}_{Z_n}=\underbrace{\begin{bmatrix}-y(0) & u(0)\\ -y(1) & u(1)\\ \vdots & \vdots\\ -y(n-1) & u(n-1)\end{bmatrix}}_{\Gamma_n}\underbrace{\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix}}_{\theta}+\underbrace{e(k)+ce(k-1)}_{v(t)}$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$Z_n=\Gamma_n\theta+v \quad\Rightarrow\quad \Gamma_n^T\Gamma_n\hat{\theta}=\Gamma_n^T Z_n$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}\sum_{k=1}^{n}y^2(k-1) & -\sum_{k=1}^{n}y(k-1)u(k-1)\\ -\sum_{k=1}^{n}u(k-1)y(k-1) & \sum_{k=1}^{n}u^2(k-1)\end{bmatrix}\hat{\theta}=\begin{bmatrix}-\sum_{k=1}^{n}y(k-1)y(k)\\ \sum_{k=1}^{n}u(k-1)y(k)\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y^2(k-1) & -\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y(k-1)u(k-1)\\ -\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}u(k-1)y(k-1) & \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}u^2(k-1)\end{bmatrix}\hat{\theta}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y(k-1)y(k)\\ \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}u(k-1)y(k)\end{bmatrix}$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y^2(k-1) & -\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y(k-1)u(k-1) \\ -\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u(k-1)y(k-1) & \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u^2(k-1) \end{bmatrix} \hat{\theta} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y(k-1)y(k) \\ \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u(k-1)y(k) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} E\left[y^2(k-1)\right] & -E\left[u(k)y(k)\right] \\ -E\left[u(k)y(k)\right] & E\left[u^2(k-1)\right] \end{bmatrix} \hat{\theta} = \begin{bmatrix} -E\left[y(k-1)y(k)\right] \\ E\left[u(k-1)y(k)\right] \end{bmatrix}$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$y(k) + ay(k-1) = bu(k-1) + e(k) + ce(k-1)$$

$$E\left[y^2(k)\right] = E\left[\left(-ay(k-1) + bu(k-1) + e(k) + ce(k-1)\right)^2\right] =$$

$$= a^2E\left[y^2\right] + b^2E\left[u^2\right] + E\left[e^2\right] + c^2E\left[e^2\right] - 2ab\underbrace{E\left[y(k-1)u(k-1)\right]}_{0}$$

$$-2a\underbrace{E\left[y(k-1)e(k)\right]}_{0} - 2acE\left[y(k-1)e(k-1)\right] + 2b\underbrace{E\left[u(k-1)e(k)\right]}_{0}$$

$$+2bc\underbrace{E\left[u(k-1)e(k-1)\right]}_{0} + 2c\underbrace{E\left[e(k)e(k-1)\right]}_{0}$$

$$E\left[y(k-1)e(k-1)\right] = E\left[e(k-1)e(k-1)\right] = \lambda^2$$

$$\Rightarrow \quad E\left[y^2(k)\right] = \frac{b^2\sigma^2 + \left(1 + c^2 - 2ac\right)\lambda^2}{1 - a^2}$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$y(k)+ay(k-1)=bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)$$

$$E\left[y(k)u(k)\right]=0$$

$$E\left[u(k)u(k)\right]=\sigma^2$$

$$E\left[y(k-1)y(k)\right]=E\left[y(k-1)\left(-ay(k-1)+bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)\right)\right]=$$

$$=-aE\left[y(k-1)y(k-1)\right]+cE\left[y(k-1)e(k-1)\right]=c\lambda^2-a\frac{b^2\sigma^2+\left(1+c^2-2ac\right)\lambda^2}{1-a^2}=$$

$$=\frac{-ab^2\sigma^2+\left(c-a\right)\left(1-ac\right)\lambda^2}{1-a^2}$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$y(k)+ay(k-1)=bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)$$

$$E\left[y(k)u(k-1)\right]=E\left[u(k-1)\left(-ay(k-1)+bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)\right)\right]=$$

$$=-aE\left[u(k-1)y(k-1)\right]+bE\left[u(k-1)u(k-1)\right]=b\sigma^2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{b^2\sigma^2+\left(1+c^2-2ac\right)\lambda^2}{1-a^2} & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}\hat{\theta}=\begin{bmatrix} -\frac{-ab^2\sigma^2+\left(c-a\right)\left(1-ac\right)\lambda^2}{1-a^2} \\ b\sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{a}=a+\frac{-c\left(1-a^2\right)\lambda^2}{b^2\sigma^2+\left(1+c^2-2ac\right)\lambda^2} \\ \hat{b}=b \end{cases}$$

استفاده از LS در شناسایی پارامترهای مدل و تحلیل تئوری

$$y(k)+ay(k-1)=bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)$$

$$\begin{cases} \hat{a}=a+\dfrac{-c\left(1-a^2\right)\lambda^2}{b^2\sigma^2+\left(1+c^2-2ac\right)\lambda^2} \\ \hat{b}=b \end{cases}$$

- For system 1, $c=0$ and

$$\left.\begin{aligned} \hat{a}=a=-0.8 \\ \hat{b}=b=1 \end{aligned}\right\} \text{ in the limit}$$

- For system 2, $c=-0.8$ and

$$\begin{aligned} \hat{a}\cong -0.588 \\ \hat{b}=1 \end{aligned}$$

Importance of selecting the "model structure" !!

نمایش های مختلف چند جمله ای در مدل سازی سیستم ها

A general description of a *SISO LTI* system:

$$y(k)=\sum_{\tau=0}^{\infty}h_\tau u_{t-\tau}+\sum_{\tau=0}^{\infty}g_\tau e_{t-\tau}$$
$$=\left(1+h_1z^{-1}+\cdots+h_\tau z^{-\tau}+\cdots\right)u_t+\left(1+g_1z^{-1}+\cdots+g_\tau z^{-\tau}+\cdots\right)e_t$$

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI:

FIR(m_b):

$$y_k=\left(b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_{m_b}z^{-m_b}\right)u_k+e_k=B(z^{-1})u_k+e_k$$

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI

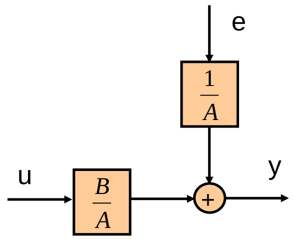
ARX(m_a, m_b): "Auto-Regressive model with eXogenous inputs"

$$A(z^{-1})y_k = B(z^{-1})u_k + e_k$$

$$where, \quad A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{m_a} z^{-m_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{m_b} z^{-m_b}$$

$$\Rightarrow \quad y_k = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_k + \frac{1}{A(z^{-1})} e_k$$



The ARX model structure

* The noise influences the outcome in a nontrivial way. This is typical for situations where the disturbances come into the dynamical systems at earlier stages, i.e. the noise shares some important aspects of the dynamics with the influence of an input.

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI

ARMAX(m_a, m_b, m_c): "Auto-Regressive model with eXogenous inputs and Moving Average model for the disturbances"

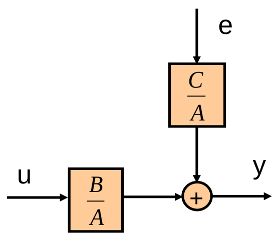
$$A(z^{-1})y_k = B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})e_k$$

$$where, \quad A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{m_a} z^{-m_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{m_b} z^{-m_b}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \cdots + c_{m_c} z^{-m_c}$$

$$\Rightarrow \quad y_k = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_k + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} e_k$$



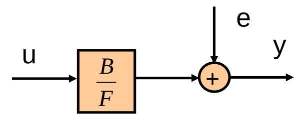
The ARMAX model structure

* The dynamics of the noise are parametrized more flexible than in the ARX model

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI

OE(m_a, m_{bc}): “Output Error model”

$$y_k = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_k + e_k$$



The output error model structure

$$where, \quad A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{m_a} z^{-m_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{m_b} z^{-m_b}$$

* This model is often used in case the noise comes only in at the end-stages of the process to be modeled: it does not share many dynamics with the input.

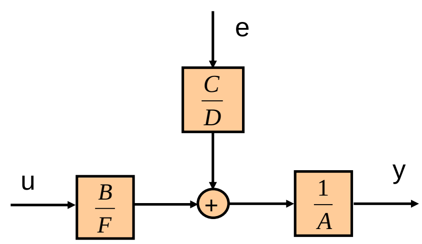
ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI

BJ$(m_a, m_b, m_c, m_d, m_f)$: The general fractional representation of a polynomial model is refered to as a Box-Jenkins (BJ) model.

$$A(z^{-1}) y_k = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} u_k + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e_k$$

$$where, \quad D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \cdots + d_{m_d} z^{-m_d}$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + \cdots + f_{m_f} z^{-m_f}$$



General model structure

* The dynamics of the noise are parametrized more flexible than in the ARX model

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI

State Space Model :

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + w(k)$$
$$y(k) = C(\theta)x(k) + v(k)$$

$$E\left(w(t)w^T(t)\right) = R_1(\theta)$$
$$E\left(v(t)v^T(t)\right) = R_2(\theta)$$
$$E\left(w(t)v^T(t)\right) = R_{12}(\theta)$$

با استفاده از فیلتر کالمن (در حالت ماندگار):

$$\hat{x}(k+1,\theta) = A\hat{x}(k,\theta) + Bu(k) + K(k)\left[y(k) - CA\hat{x}(k,\theta)\right]$$

Algebraic Riccati Equation(ARE):

$$P_\infty^- = \Phi\left[P_\infty^- - P_\infty^- C^T\left(CP_\infty^- C^T + R\right)^{-1} CP_\infty^-\right]\Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T$$

$$K_\infty = P_\infty^- C^T (CP_\infty^- C^T + R)$$

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیستم LTI

State Space Model :

$$\hat{x}(k+1,\theta) = A\hat{x}(k,\theta) + Bu(k) + K(k)\left[y(k) - CA\hat{x}(k,\theta)\right]$$

$$\Rightarrow \hat{y}(k,\theta) = C(\theta)\hat{x}(k,\theta) = C(\theta)\left(zI - A(\theta) + K(k)C(\theta)A(\theta)\right)^{-1}\left(Bu(k) + K(k)y(k)\right)$$

Innovation:

$$y(k) - \hat{y}^-(k,\theta) = C(\theta)\left(x(k) - A(\theta)\hat{x}(k,\theta)\right) + v(k) = e(k)$$

$$\Rightarrow \quad \hat{x}(k+1,\theta) = A(\theta)\hat{x}(k,\theta) + Bu(k) + K(k)e(k)$$
$$\Rightarrow \quad y(k) = C(\theta)A(\theta)\hat{x}(k,\theta) + e(k)$$

$$\Rightarrow \quad y(k) = \underbrace{\left(C(\theta)A(\theta)\left(zI - A(\theta)\right)^{-1} B\right)}_{G(z,\theta)}u(k) + \underbrace{\left(I + C(\theta)A(\theta)\left(zI - A(\theta)\right)^{-1} K(k)\right)}_{H(z,\theta)}e(k)$$

It is ARMAX model

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیگنال

A general description of $time-series$

$$y(k)=\sum_{\tau=0}^{\infty} g_\tau e_{t-\tau} = \left(1+g_1 z^{-1}+\cdots+g_\tau z^{-\tau}+\cdots\right)e_t$$

MA(m_c) : Moving Average model

$$y_k = C(z^{-1})e_k$$

* Such an all-zero model is useful to model signals with power spectra which have sharp valleys toward zero.

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیگنال

AR(m) :

$$A(z^{-1})y_k = e_k \quad \rightarrow \quad y_k = \frac{1}{A(z^{-1})}e_k$$

* Such an all-pole model is useful to model signals with power spectra which have sharp upward peaks.

ساختارهای شناخته شده برای مدل یک سیگنال

$\mathbf{ARMA}(m_a, m_c)$: "Auto-Regressive Moving Average model"

$$y_k = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} e_k$$

$\mathbf{ARIMA}(d, m_a, m_c)$: "Auto-Regressive Integrated Moving Average model"

$$(1 - z^{-1})^d A(z^{-1}) y_k = C(z^{-1}) e_k$$

$$d = 1 \;\; \rightarrow \;\; A(z^{-1})(y_k - y_{k-1}) = C(z^{-1}) e_k$$

بررسی اهمیت انتخاب ورودی در فرایند شناسایی

استفاده از **ورودی پله** به عنوان ورودی

u: step
e: $N(0, \lambda^2)$

$\longleftrightarrow$

$\delta_1: \;\; y(k) - 0.8y(k-1) = u(k-1) + e(k)$

$\delta_2: \;\; y(k) - 0.8y(k-1) = u(k-1) + e(k) - 0.8e(k-1)$

نتیجه شبیه سازی:

Parameters	***True Values***	***Model_1***	***Model_2***
a	*-0.8*	*-0.7908*	*-0.0107*
b	*1*	*1.0419*	*5.0470*

❋ چرا نتیجه شبیه سازی برای مدل دوم به پارامترهای واقعی همگرا نشده است؟
❋ آیا ایراد از شبیه سازی است ؟

بررسی اهمیت انتخاب ورودی در فرایند شناسایی

تحلیل تئوری

$u:$ step, $amplitude = \sigma$

$e: \; N(0,\lambda^2)$

$$y(k) + ay(k-1) = bu(k-1) + e(k) + ce(k-1)$$

$$\begin{bmatrix} E\left[y^2(k-1)\right] & -E\left[u(k)y(k)\right] \\ -E\left[u(k)y(k)\right] & E\left[u^2(k-1)\right] \end{bmatrix} \hat{\theta} = \begin{bmatrix} -E\left[y(k-1)y(k)\right] \\ E\left[u(k-1)y(k)\right] \end{bmatrix}$$

بررسی اهمیت انتخاب ورودی در فرایند شناسایی

$$E\left[y^2(k)\right] = E\left[\left(-ay(k-1) + bu(k-1) + e(k) + ce(k-1)\right)^2\right] =$$

$$= a^2E\left[y^2\right] + b^2E\left[u^2\right] + E\left[e^2\right] + c^2E\left[e^2\right] - 2abE\left[y(k-1)u(k-1)\right]$$

$$-2aE\left[\cancel{y(k-1)e(k)}\right]_{0} - 2acE\left[y(k-1)e(k-1)\right] + 2bE\left[\cancel{u(k-1)e(k)}\right]_{0}$$

$$+2bcE\left[\cancel{u(k-1)e(k-1)}\right]_{0} + 2cE\left[\cancel{e(k)e(k-1)}\right]_{0}$$

$$E\left[y(k-1)e(k-1)\right] = E\left[e(k-1)e(k-1)\right] = \lambda^2$$

$$E\left[y(k-1)u(k-1)\right] \overset{\text{in Steady State}}{=} \frac{b}{1+a}\sigma^2 = \sigma^2 S$$

$$\Rightarrow \; E\left[y^2(k)\right] = \sigma^2 S^2 + \frac{\left(1 + c^2 - 2ac\right)\lambda^2}{1-a^2}$$

بررسی اهمیت انتخاب ورودی در فرایند شناسایی

$$E\left[y(k)u(k)\right]=\sigma^2 S$$

$$E\left[u(k)u(k)\right]=\sigma^2$$

$$E\left[y(k)u(k-1)\right]=\sigma^2 S$$

$$E\left[y(k-1)y(k)\right]=E\left[y(k-1)\left(-ay(k-1)+bu(k-1)+e(k)+ce(k-1)\right)\right]=$$
$$=-aE\left[y(k-1)y(k-1)\right]+bE\left[y(k-1)u(k-1)\right]+cE\left[y(k-1)e(k-1)\right]=$$
$$=-a\left(\sigma^2S^2+\frac{\left(1+c^2-2ac\right)\lambda^2}{1-a^2}\right)+b\sigma^2S^2+c\lambda^2=$$
$$=(b-a)\sigma^2S^2+\frac{(c-a)(1-ac)\lambda^2}{1-a^2}$$

بررسی اهمیت انتخاب ورودی در فرایند شناسایی

- The estimates

$$\hat{a}=a-\frac{c\left(1-a^2\right)}{1+c^2-2ac} \qquad \hat{b}=b-bc\frac{1-a}{1+c^2-2ac}$$

- For δ_1, $c=0$ and

$$\left.\begin{array}{l}\hat{a}=-0.8\\ \hat{b}=1\end{array}\right\}$$ consistent with numerical results

- For δ_2, $c=$ -0.8 and

$$\left.\begin{array}{l}\hat{a}=0\\ \hat{b}=\dfrac{b}{1+a}=5\end{array}\right\}$$ consistent with numerical results

  - Note that the s.s gain $\frac{b}{1+a}$ is correctly estimated.

- Complete agreement. Results are independent of the calculations!

بررسی اهمیت انتخاب ورودی در فرایند شناسایی

استفاده از **ورودی ضربه** به عنوان ورودی

$u:$ impulse
$e:\ N(0,\lambda^2)$

$$\longleftrightarrow$$

$$\delta_1:\ y(k)-0.8y(k-1)=u(k-1)+e(k)$$
$$\delta_2:\ y(k)-0.8y(k-1)=u(k-1)+e(k)-0.8e(k-1)$$

نتیجه شبیه سازی:

Parameters	True Values	Model_1	Model_2
a	-0.8	-0.8083	-0.0022
b	1	2.6802	1.9588

نتیجه: ورودی ضربه، یک **ورودی غنی** برای شناسایی سیستم **نیست**!

جمع بندی

مباحثی که در این بخش طرح گردید:

- اهمیت انتخاب مدل برای سیستم و نقش آن در موفقیت فرایند شناسایی
- اهمیت ویژه انتخاب نوع ورودی برای شناسایی یک سیستم

مباحثی که لازم است در بخش های بعدی مورد توجه قرار گیرد:

- نحوه انتخاب و طراحی ورودی
- مساله شناسایی پذیری

References

1- Prof. Munther A. Dahleh, System Identification, MIT, (Lectrue Notes).

2- T. Soderstrom and P. Stoica, System Identification, Prentice Hall, 1989.

3- Kristiaan Pelckmans, Lecture Notes for a course on System Identification, v2012, Uppsala University, Sweden.