

بسمه تعالی

93/2/25

قضیه استوکس

سری 11

1- بررسی قضیه استوکس برای تابع نیروی  $F = -3yi + 3xj + z^4k$  روی قسمتی از بیضوی  $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  واقع در بالای صفحه  $z = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

2- بررسی قضیه استوکس برای تابع نیروی  $F = (y + z)i + (x^2 + z^2)j + yk$  روی قسمتی از استوانه  $z = \sqrt{1 - x^2}$  واقع بین صفحات  $y = 0$  ,  $y = 1$ .

3- به کمک قضیه استوکس  $\int_C F \cdot dr$  را برای میدان برداری  $F = (x + y)i + (x - z)j + (y + z)k$  که  $C$  محل تلاقی نیم کره  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  و استوانه  $x^2 + y^2 = x$  باشد.

4- با استفاده از قضیه استوکس مطلوبست تعیین  $\int_C (x - z)dx + (y - x)dy + (z - y)dz$  که در آن  $C$  مثلث بریده شده از صفحه  $2x + 2y + z = 2$  توسط صفحات مختصات است.

5- با استفاده از قضیه استوکس نشان دهید اگر  $\sigma$  یک کره با بردار قائم رو به خارج  $n$  و  $F$  میدان برداری بر این سطح باشد، آنگاه:

$$\iint_{\sigma} \text{curl} F \cdot n d\sigma = 0$$

6- فرض کنیم شار مایعی در صفحه با میدان برداری  $F(x, y) = (x - y, x + y)$  به دست می آید.

(a) مطلوبست تعیین میزان مایع گذرنده از مرز دیسک  $x^2 + y^2 \leq 1$ . تعبیری برای جواب بیاورید.

(b) مطلوبست سرعت دوران مایع در اطراف دیسک  $x^2 + y^2 \leq 1$ . در چه جهتی مایع می چرخد؟

7- سهموی  $z = x^2 + y^2$  با صفحه  $z = y$  قطع می شود و منحنی  $C$  مرز این تلاقی است، مطلوبست میزان گردش تابع نیروی  $V = 2zi + xj + yk$  حول  $C$  با استفاده از قضیه استوکس.

8- بررسی قضیه استوکس  $F = xyi + yzj + xyk$  روی قسمتی از صفحه  $2x + 4y + z = 8$  واقع در  $\frac{1}{8}$  اول مختصات.

9- با استفاده از قضیه استوکس انتگرال منحنی الخط تابع برداری  $F(x, y, z) = (x - y, y - z, z - x)$  را در امتداد منحنی محل تلاقی کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  و سهموی  $z = x^2 + y^2$  محاسبه کنید.

بررسی قضیه استوکس برای میدانهای نیرو و سطوح داده شده:

10-  $F(x, y, z) = (y, z, x)$  روی قسمتی از سهموی  $z = 4 - x^2 - y^2$  واقع در بالای صفحه  $z = 1$ .

11-  $F(x, y, z) = (x + y, y + z, z + x)$  واقع روی قسمتی از مخروط  $z^2 = x^2 + y^2$  واقع بین صفحات  $z = 0$  ,  $z = 1$

12- با استفاده از تعریف مطلوبیت محاسبه انتگرال منحنی الخط  $F(x, y, z) = (x + y, y + z, z + x)$  حول بیضی  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  و  $z = 0$  در جهت مثلثاتی.

13- فرض کنیم  $A = 3yi - xzj + yz^2k$  و  $S$  قسمتی از سهموی  $2z = x^2 + y^2$  که با صفحه  $z = 2$  محدود شده و  $C$  مرز این رویه است. قضیه استوکس را بررسی کنید.

14- ثابت کنید برای هر سطح بسته  $\sigma$

$$\iint_{\sigma} (\nabla \times A) \cdot n d\sigma = 0$$

15- فرض کنیم  $A = 2yi + 3xj - z^2k$  و  $\Sigma$  نیم کره بالای  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  و  $C$  مرز آن است. قضیه استوکس را بررسی کنید..

16- اگر  $C$  محل تلاقی کره  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  و صفحه  $x + y + z = 0$  باشد، نشان دهید:

$$\iint_{\sigma} \nabla \times (yi + zj + xk) \cdot n d\sigma = \sqrt{3}\pi a^2$$

17- اگر  $\sigma$  سطح  $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$  واقع در بالای صفحه  $z = 0$  باشد، صحت فرمول استوکس را در مورد تابع برداری  $F = (x - z)i + (x^3 + yz)j - 3xy^2k$  بررسی کنید.

18- مطلوبیت بررسی قضیه استوکس برای تابع نیروی  $V(x, y, z) = z^2i - 2xj + y^3k$  و  $S$  نیمه بالای کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  باشد.

19- مطلوبیت بررسی قضیه استوکس برای تابع برداری  $F(x, y, z) = xzi + xyj + y^2k$  که در آن  $C$  مرز سطح استوانه  $z = 4 - x^2$  واقع در  $\frac{1}{8}$  اول مختصات است.

20- منحنی  $C$  محل تلاقی صفحه  $z = 5 + 2x + 2y$  و رویه  $z = x^2 + y^2 - 2$  باشد، درستی قضیه استوکس را در مورد تابع برداری  $F(x, y, z) = (3y, -xz, x)$  و  $C$  بررسی کنید.