

بسمه تعالی

ریاضی عمومی ۲ بخش انتگرال های دوگانه ارسال 92/12/16 تحویل 93/1/16 سری 5

1- مطلوبست محاسبه $\iint_R \cos \frac{y-x}{x+y} dA$ که در آن R ناحیه ذوزنقه شکل با رئوس $(0,2), (2,0), (0,1), (1,0)$ باشد.

2- مطلوبست حجم های محدود به :

(a) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 = 2x$

(b) $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}z^2$, $x + y + z = 2a$

(c) $y = x^2$, $y = x$ $z = x^2 + y^2$, $z = 2x^2 + y^2$

(d) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $az = x^2 + y^2$, $a > 0$

(e) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 6 - x^2 - y^2$

3- مطلوبست محاسبه $\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dA$ که در آن R ناحیه محدود به $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ باشد.

4- حجم حاصل از تقاطع رویه های زیر را بیابید.

$z = x + y$, $xy = 1$, $xy = 2$, $y = x$, $y = 2x$, $z = 0$, $x > 0$, $y > 0$

$\int_1^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \frac{e^{(x^2-2x)}}{x+1} dx dy$ 5- مطلوبست محاسبه

$\iint_{|x|+|y|\leq a} e^{x+y} dA$ 6- مطلوبست محاسبه

$\iint_D \frac{|xy|}{\sqrt{x^2+y^2}} dA$ $D: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 7- مطلوبست محاسبه

$\int_0^1 \int_x^1 \frac{y^2 dy dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 8- مطلوبست محاسبه

9- مطلوبست محاسبه انتگرال دوگانه $I = \iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ در داخل منحنی $\rho^2 = a^2(4\cos^2\theta - 1)$

10- نشان دهید

$\int_1^2 \int_{\sqrt{x}}^x \sin \frac{\pi x}{2y} dy dx + \int_2^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \frac{\pi x}{2y} dy dx = \frac{4(\pi + 2)}{\pi^3}$

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} e^{\frac{y}{x+y}} dy dx = \frac{e-1}{2}$$

11- نشان دهید

12- اگر $R: x^2 + xy + y^2 \leq 1$ نشان دهید :

$$\iint_R e^{-(x^2+xy+y^2)} dx dy = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}(e-1)$$

$$\iint_R \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy \quad R: x^2 + y^2 \leq 1 \quad \text{13- مطلوبست تعیین}$$

$$\iint_R \frac{x^2 \sin xy}{y} dx dy \quad \text{14- مطلوبست تعیین}$$

$$R: x^2 = \frac{\pi y}{2}, \quad x^2 = \pi y, \quad y^2 = \frac{x}{2}, \quad y^2 = x$$

15- مطلوبست محاسبه

$$\iint_R \frac{dx dy}{(1+x^2+y^2)^2}$$

روی ناحیه محصور به پروانه گون $(x^2 + y^2)^2 - (x^2 + y^2) = 0$ (از مختصات قطبی استفاده کنید.)

$$\iint_R e^{\frac{y-x}{y+x}} dA \quad R: \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 2 \end{cases} \quad \text{16- مطلوبست تعیین انتگرال}$$

$$\int_1^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \frac{e^{(x^2-2x)}}{x+1} dx dy \quad \text{17- مطلوبست محاسبه}$$

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} dy dx \quad \text{18- مطلوبست محاسبه}$$

$$\iint_R \left(\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{xy} \right) dx dy \quad \text{19- - مطلوبست محاسبه}$$

که در آن R ناحیه واقع در ربع اول مختصات محدود به هذلولیهای $xy = 1$, $xy = 9$ و خطوط $y = x$, $y = 4x$ است. با استفاده از $x = \frac{u}{v}$, $y = uv$ با شرط $\frac{u}{v} > 0$, $v > 0$ انتگرال را حل کنید.

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y+4}{2}} y^3 (2x-y) e^{(2x-y)^2} dx dy \quad \text{20- را با استفاده از } x = u + \frac{1}{2v}, y = v \text{ حل کنید. (توماس)}$$

$$\iint_R \left(1 + \frac{y}{x} \right) dx dy \quad \text{21- مطلوبست محاسبه که در آن } R \text{ ناحیه محدود به } y = 0, y = 3x, x + y = 1, x + y = 2$$

$$\iint_R \frac{1}{y} dx dy \quad R: y^3 = x^2, y^3 = 4x^2, y = x, y = 2x \quad \text{22-}$$

$$\iint_R x^2 y^2 dx dy \quad R: xy = 2, xy = 3, y = x, y = 5x \quad \text{23-}$$

$$\iint_R \frac{dx dy}{(1+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad R: x = 1, y = 0, x = y \quad \text{24-}$$

$$\iint_R (x+y)^2 dx dy \quad R: \begin{matrix} x+y=0 & x+y=1 \\ 2x-y=0 & 2x-y=3 \end{matrix} \quad \text{25-}$$

$$\iint_R xy dx dy \quad D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9, x^2 - y^2 = 1, x^2 - y^2 = 4 \quad -26$$

27- انتگرال مکرر $\int_0^a \int_0^x \sqrt{a^2 - x^2} dy dx$ داده شده است.

(a) جسمی را رسم کنید که حجم آن با انتگرال مکرر داده شده محاسبه می شود.

(b) انتگرال مکرر را محاسبه کنید.

(c) ترتیب انتگرال گیری را عوض کنید.

28- انتگرال های زیر را حل کنید:

a) $\int_0^a \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \pi y^3 dy dx$

b) $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$

29- انتگرال $\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y+4}{2}} y^3 (2x - y) e^{(2x-y)^2} dx dy$ را محاسبه کنید.