

بسمه تعالی سری ۷ انتگرال های سه گانه تاریخ ارسال ۹۳/۱/۲۵

مسائل زوج را جهت تحویل حل کنید. تاریخ تحویل اول و دوم اردیبهشت

۱- مطلوبست مرکز ثقل و گشتاور ماندو شعاع چرخشی نسبت به محور z جسمی که در داخل استوانه $x^2 + y^2 = 4$ محصور و از بالا به سهمی $z = x^2 + y^2$ و از پایین به صفحه $z = 0$ محدود است.

۲- حجم جسم محدود به مخروط $\phi = \frac{\pi}{3}$ و کره $\rho = 1$.

۳- مطلوبست محاسبه گشتاور ماند ناحیه محدود به مثال فوق نسبت به محور z ها.

۴- انتگرال

$$\int_0^3 \int_0^4 \int_{x=\frac{y}{2}}^{x=\frac{y}{2}+1} \left(\frac{2x-y}{2} + \frac{z}{3} \right) dx dy dz$$

را با تغییر متغیر $u = \frac{2x-y}{2}$, $v = \frac{y}{2}$, $w = \frac{z}{3}$ حل کنید.

۵- در کاسه ای که به شکل نیم کره ای به شعاع ۵ سانتیمتر است، تا ارتفاع ۳ سانتیمتری آب ریخته ایم. حجم آب درون کاسه را بیابید.

۶- مطلوبست محاسبه انتگرال سه گانه $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$ که در آن V حجم محدود به صفحه $z = 3$ و مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ است.

۷- حجم محدود به استوانه $r = a \cos \theta$ و کره ای به مرکز مبداء و شعاع a را محاسبه کنید.

۸- مطلوبست تعیین گشتاور ماند یک استوانه دوار با شعاع a و ارتفاع b نسبت به محور استوانه در صورتی که دانسیته حجمی متناسب با فاصله از محور استوانه باشد.

۹- مطلوبست تعیین حجم ناحیه محدود از بالا به کره $r = 2a \cos \theta$ و از پایین به مخروط $\phi = \alpha$ که $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ در حالتی که $\alpha = \frac{\pi}{2}$ در مسئله بحث کنید.

۱۰- مطلوبست تعیین گرانیگاه یک لایه کروی که شعاع بیرونی آن a و شعاع داخلی آن برابر با b باشد.

(۱) در حالتی که دانسیته حجمی ثابت باشد.

(۲) دانسیته متناسب با مربع فاصله از قاعده باشد.

۱۱- مطلوبست تعیین جرم یک استوانه به شعاع a و ارتفاع b در صورتیکه دانسیته متناسب با مربع فاصله از نقطه ای واقع روی محیط قاعده باشد.

۱۲- مطلوبست تعیین حجم و گرانیگاه ناحیه محدود از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و از پایین به صفحه $z = b$ که در آن $a > b > 0$.

- ۱۳- مطلوبست تعیین گرانیگاه قسمتی از مخروط $a^2z^2 = h^2(x^2 + y^2)$ واقع در بین صفحات $z = h$ و $z = 0$.
- ۱۴- مخروط قائمی به شعاع a و ارتفاع h پر از آب شده است. مطلوبست گشتاور ماند نسبت به محور مخروط.
- ۱۵- مرکز جرم قسمتی از کره همگن $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ واقع در بالای ربع اول مختصات را بیابید.
- ۱۶- مطلوبست تعیین گشتاور ماند I_z جسم محدود به دو کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
- ۱۷- مطلوبست حجم ناحیه واقع در زیر صفحه $z = 3 - 2y$ و بالای سهمی $z = x^2 + y^2$.
- ۱۸- حجم داخل استوانه $x^2 + 4y^2 = 4$ و زیر صفحه $z = 2 + x$.
- ۱۹- حجم بین سهمی های $z = 10 - x^2 - y^2$, $z = 2(x^2 + y^2 - 1)$.
- ۲۰- حجم واقع در بالای رویه $z = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{4}}$ و داخل کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.
- ۲۱- حجم واقع در بالای صفحه xy ، داخل مخروط $z = 2a - \sqrt{x^2 + y^2}$ و داخل استوانه $x^2 + y^2 = 2ay$.
- ۲۲- حجم واقع در بالای صفحه xy ، زیر سهمی $z = 1 - x^2 - y^2$ و در داخل گوه $-x \leq y \leq \sqrt{3}x$.
- ۲۳- $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dV$ که در آن V استوانه $0 \leq z \leq h$, $0 \leq x^2 + y^2 \leq a^2$.
- ۲۴- مطلوبست حجم ناحیه محدود به بیضوی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ و بالای صفحه $z = b - y$.
- ۲۵- مطلوبست تعیین گشتاور ماند نسبت به محور z ها جسم محدود به کره $\rho = a$ و مخروط $\phi = \alpha$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
- ۲۶- گشتاور ماند نسبت به محور z ها جسم داخل استوانه $x^2 + y^2 = 2x$ و مخروط $x^2 + y^2 = z^2$ در صورتی که دانسیته در هر نقطه برابر مقدار ثابت k باشد.
- ۲۷- حجم جسم محدود به صفحه xy و استوانه $x^2 + y^2 = 16$ و صفحه $z = 2y$.
- ۲۸- جرم جسم واقع بین دو کره متحدالمرکز به شعاع های a , b , $0 < a < b$ را در صورتی حساب کنید که دانسیته حجمی در هر نقطه مساوی مربع فاصله این نقطه تا مرکز باشد.
- ۲۹- $\iiint_V dV$ که در آن V حجم محدود به $z = x^2 + y^2$ و صفحه $x + y = 1$ است.
- ۳۰- حجم جسم داخل مخروط $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ بین دو کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
- ۳۱- گشتاور ماند جسم همگن محدود به بیضوی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ نسبت به صفحه xy را بیابید.
- ۳۲- حجم محدود به دو کره $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$.