

بسمه تعالی

سری دوم مسائل ریاضی مهندسی 92/11/30 تاریخ تحویل جواب 92/12/13

1- انتگرال فوریه تابع داده شده با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

را به دست آورید و حاصل انتگرال زیر را محاسبه کنید

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(\omega^3)}{\omega} d\omega$$

2- تابع $f(x)$ در رابطه زیر صدق می کند. آنرا بیابید و سپس مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ را محاسبه نمایید.

$$\int_0^{\infty} f(x) \cos(\alpha x) dx = \begin{cases} 1 - \alpha & 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 0 & \alpha > 1 \end{cases}$$

3- تبدیل فوریه $f(t) = \frac{1}{t^2 + a^2}$ را بیابید و سپس $\int_0^{\infty} \frac{dt}{(a^2 + t^2)^2}$ را به دست آورید.

4- تبدیل فوریه کسینوسی $f(x) = e^{-x}$ ، $x > 0$ را بنویسید و حاصل عبارت $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ را بنویسید.

5- تبدیل فوریه :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$$

را بیابید و نشان دهید:

$$\int_0^{\infty} \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^3} dx = -\frac{3\pi}{16}$$

6- تبدیل کسینوسی $e^{-a^2 x^2}$ را بیابید و سپس تبدیل سینوسی $x e^{-x^2 a^2}$ را از آن نتیجه بگیرید.

7- با استفاده از اتحاد های پارسوال نشان دهید:

$$i) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2} = \frac{\pi}{4} \quad ii) \int_0^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{\pi}{4}$$

$$iii) \int_0^{\infty} \frac{dt}{(a^2 + t^2)(b^2 + t^2)} = \frac{\pi}{2ab(a+b)}$$

8- تبدیل فوریه تابع

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$$

را بیابید و سپس $\int_0^{\infty} \frac{\sin^4 t}{t^4} dt$ را از آن نتیجه بگیرید.

11 - با استفاده از اتحاد های پارسوال نشان دهید:

$$i) \int_0^{\infty} \frac{\sin(at)}{t(t^2 + a^2)} dt = \frac{\pi}{2} \frac{1 - e^{-a^2}}{a^2}$$

12- نشان دهید

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(xt) + t \sin(xt)}{1+t^2} dt = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & x = 0 \\ \pi e^{-x} & x > 0 \end{cases}$$

سپس نتیجه بگیرید:

$$\int_0^{\infty} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{\pi}{2}$$

13- تبدیل معکوس بیابید:

$$\frac{1 + iw}{6 - w^2 + 5iw}$$

14- اگر $F[f(t)] = F(\omega)$ نشان دهید $\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} F(\omega) = 0$

15- تبدیل فوریه $f(x) = e^{-a^2 x^2}$ را بیابید که در آن $a > 0$.

16- فرض کنید:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

تبدیل فوریه تابع را بیابید و سپس $F(f * f)(x)$ را محاسبه کنید.

17- اگر $a > 0, b > 0$, $g(x) = xe^{-bx}$, $f(x) = xe^{-ax}$ تبدیلات کسینوسی g, f را بیابید و نشان

دهید

$$\int_0^{\infty} \frac{(a^2 - \omega^2)(b^2 - \omega^2)}{(a^2 + \omega^2)^2 (b^2 + \omega^2)^2} d\omega = \frac{\pi}{(a+b)^3}$$