

بسمه تعالی

سری 5 بخش انتگرال های توابع مختلط 93/2/25

- 1- بسط تابع $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$ را در نواحی زیر بیابید:
- a) $|z| < 1$, b) $1 < |z| < 2$, c) $|z| > 2$, d) $|z-2| > 1$, e) $0 < |z-2| < 1$
- 2- بسط تابع $f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$ را در نواحی a) $0 < |z| < 2$, b) $|z| > 2$ بیابید
- 3- الف) تابع $f(z) = e^{\frac{z}{z-2}}$ را حول $z = 2$ بسط دهید. ب) ناحیه همگرایی سری را مشخص کنید. نوع قطب را تعیین کنید
- 4- بسط لوران توابع زیر حول نقطه $z = 0$ را بنویسید
- a) $z^3 e^{\frac{1}{z}}$, b) $\frac{1 - e^z}{z^3}$, c) $\frac{1}{z} \sin^2 \frac{2}{z}$
- 5- بسط در ناحیه مشخص شده:

$$\frac{1}{(z+1)(z^2+1)}, \quad a) 1 < |z| < 4, \quad b) |z| > 4,$$

$$f(z) = \frac{1}{z^2+1}, \quad 0 < |z-i| < 2$$

$$f(z) = \frac{2}{z^2-1}, \quad 1 < |z+2| < 3$$

- 6- نوع قطبهای زیر را مشخص نمایید:

a) $\frac{1}{1 - \sin z}$, b) $e^{\frac{1}{z+2}}$, c) $\frac{1}{e^{-z}+1} + \frac{1}{z^2}$, d) $\frac{z}{z^5 + 2z^4 + z^3}$

e) $(z-1)e^{\frac{1}{z-1}}$

- 7- مقدار باقیمانده را در قطب های توابع زیر محاسبه نمایید:

a) $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z-1}$, b) $f(z) = \cos(z) \sin\left(\frac{1}{z}\right)$, c) $f(z) = z^2 \sin\left(\frac{1}{z+1}\right)$

d) $f(z) = e^{\frac{1}{z^2}} \cos(z)$, e) $f(z) = \cos\left(\frac{1}{z}\right) + z^3$, f) $f(z) = e^{z^2 + \frac{1}{z^2}}$

- 8- مطلوبست محاسبه انتگرالهای زیر :

a) $\oint_{|z-i|=\frac{3}{2}} \frac{e^{\frac{1}{z^2}}}{z^2+1} dz$, b) $\oint_{|z|=2} \frac{e^z - 1}{z^2+1} dz$, c) $\oint_{|z|=2} \frac{1}{z-1} \sin\left(\frac{1}{z}\right) dz$

d) $\oint_{|z+1|=4} \frac{z}{e^z+3} dz$, e) $\oint_{\frac{x^2+y^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1} \frac{\cos\left(\frac{z}{2}\right)}{z^2-4} dz$, f) $\oint_{|z|=\frac{1}{3}} (z+1)e^{\frac{1}{z}} dz$

g) $\oint_{|z|=\frac{3}{2}} \left(\sin\left(\frac{1}{z^2}\right) + e^{z^2} \cos(z)\right) dz$, h) $\oint_{|z-1|=1} \left(\sin\left(\frac{z}{z-1}\right) + \frac{|z-1|^2}{\bar{z}-1} + z^3 e^z\right) dz$