

1- فرض کنید $z = u(x, y)e^{ax+by}$ ، $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$. برای ثابتهای a, b مقادیری بیابید که $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} + z = 0$

2- فرض کنید g تابعی یک متغیره و مشتق پذیر است و $z = f(x, y) = xg(\frac{y}{x})$ ثابت کنید هر صفحه مماس بر نمودار f از مبدا می گذرد.

3- دو تابع یک متغیره F, G و تابع دو متغیره Z با معادله زیر به هم مربوطند:

$$[F(x) + G(y)]^2 e^{Z(x,y)} = 2F'(x)G'(y)$$

اگر $F(x) + G(y) \neq 0$ ، نشان دهید که مشتقات جزئی آمیخته $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} Z(x, y)$ هرگز صفر نمی شوند.

4- فرض کنید $v(r, t) = t^n e^{-\frac{r^2}{4t}}$. برای ثابت n مقداری بیابید که V در معادله زیر صدق کند.

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial V}{\partial r})$$

5- اگر $F(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}) = 0$ نشان دهید:

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy$$

6- فرض کنید $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ نشان دهید $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$

7- اگر $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x = y = 0 \end{cases}$ آیا $f_{xy}(0,0)$ وجود دارد؟

8 - تعریف تابع همگن: n ی بتوان یافت که بازاء هر t ، $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$

نشان دهید $f(x, y) = x^2 \ln \frac{x}{y} - xy$ تابعی است همگن. همچنین نشان دهید هر تابع همگن از درجه n در معادلات

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f(x, y)$$

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = n(n-1) f(x, y)$$

صدق می کند.

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & , x^2 + y^2 = 0 \\ 0 & , x^2 + y^2 \neq 0 \end{cases} \quad \text{9- فرض کنید}$$

نشان دهید $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$

10- اگر f تابع مشتق پذیری از u باشد، قرار می دهیم $u = x^2 + y^2$ ، ثابت کنید که

$$z = xy + f(x^2 + y^2) \text{ در معادله } y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2 \text{ صدق می کند.}$$

11- اگر

$$F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right) = 0$$

نشان دهید

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

12- فرض کنید $f(x, y)$ در صفحه xy همساز است. نشان دهید که توابع $xf(y, z), zf(x, y), yf(z, x)$ در همه R^3 همساز است.

13- مطلوبست محاسبه $\frac{\partial}{\partial y} f(yf(x, t), f(y, t))$.

14- اگر $f(x, y)$ همساز باشد، نشان دهید که $f\left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{-y}{x^2+y^2}\right)$ نیز همساز است.