



دانشگاه مهندسی برق

تالی

نام درس: سیستم‌های خطی و کنترل

استاد: دکتر زارعی

موعد تحویل: ۹۲/۱/۲۴

تکلیف سری چهارم

۱- معادلات حاکم بر یک سیستم کنترل به صورت زیر می‌باشد، معادلات فضای حالت مربوط را بنویسید.

$$m_1 \ddot{x}_1 = k_2 (y_2 - y_1) + b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 (u - y_1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (y_2 - y_1) - b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

۲- سیستمی با معادلات حالت زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{dx_1}{dt} = -2x_1 - 3x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = -x_1 - 4x_2 + 2r(t)$$

$$y = -2x_1 + 4x_2$$

الف) دیاگرام حالت سیستم را رسم کنید.

ب) معادله مشخصه آن را تعیین کنید.

ج) تابع تبدیل $\frac{Y(s)}{R(s)}$ را حساب کنید.

د) با فرض شرایط اولیه $x_1(0) = x_2(0) = 1$ و ورودی $r(t) = u(t) + 2u(t-1)$ خروجی $y(t)$ را با محاسبه ماتریس انتقال حالت به دست آورید.

۳- معادلات فضای حالت یک سیستم دینامیکی به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad w = \dot{x}_1 + y, \quad u = r - w$$

که در آن X بردار متغیر حالت، r ورودی مرجع، y خروجی، w فیدبک داخلی و u سیگنال کنترل است. تابع تبدیل سیستم حلقه بسته را به دست آورید.

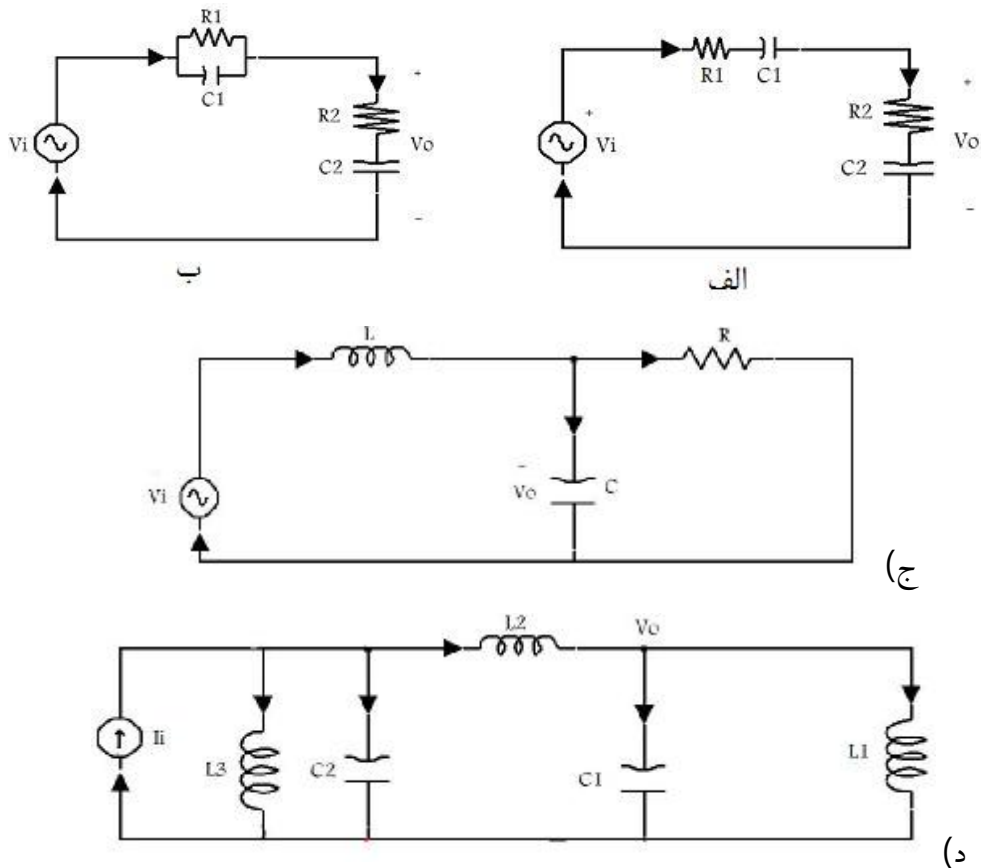
۴- در یک سیستم کنترل با معادله دیفرانسیل روبرو:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + y = u(t)$$

اگر متغیرهای حالت به صورت $x_1 = y_1$ و $x_2 = \frac{dx_1}{dt}$ تعریف شوند و برای قرار دادن قطب‌های حلقه بسته در $S = -2$ و $S = -3$ از فیدبک حالت $u(t) = r(t) - ax_1(t) - bx_2(t)$ استفاده کنیم، مقادیر a و b را بدست آورید.

۵- برای سیستمی با تابع تبدیل $T(s) = \frac{3s^3 - s^2 + 7}{s^5 + 2s^3 - s^2 + 5s + 1}$ یک معادله حالت بنویسید.

۶- پس از نوشتن معادلات دیفرانسیل و تشکیل معادلات فضای حالت، توابع تبدیل سیستم‌های الکتریکی زیر را بیابید. قطب‌ها و صف‌های مدار را مشخص کنید.



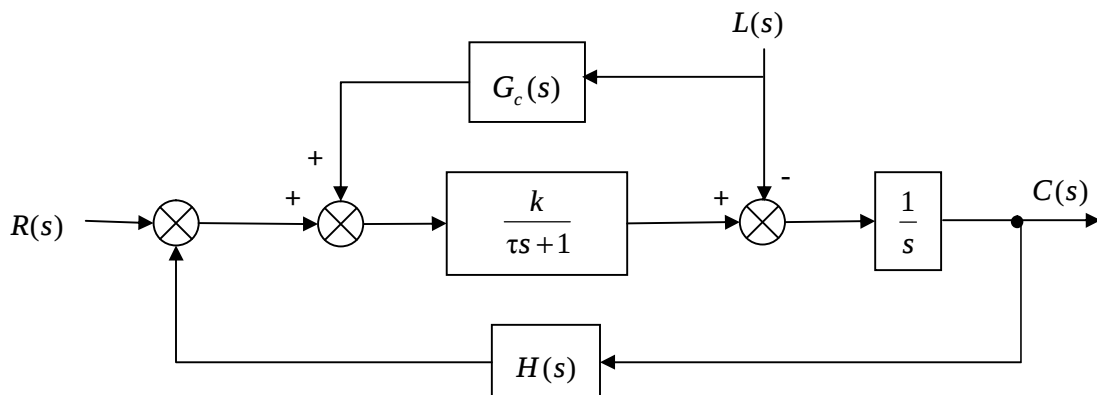
۷- مدل یک سیستم گرمایش خورشیدی با معادلات زیر تشریح می‌شود:

$$\frac{dx_1}{dt} = 3x_1 + u_1 + u_2$$

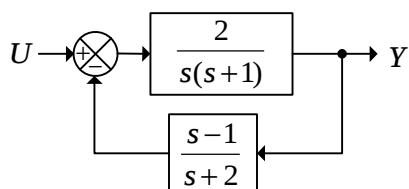
$$\frac{dx_2}{dt} = 2x_2 + u_2 + d$$

x_1 انحراف درجه حرارت از نقطه تعادل و x_2 درجه حرارت ماده ذخیره‌کننده انرژی (مانند آب مخزن) می‌باشد. همچنین u_1 و u_2 شار گرمای همرفتی و شار گرمای خورشیدی است. اغتشاش وارد شده به سیستم با d مدل شده است. معادلات ماتریسی مربوط به این سیستم را بنویسید و برای حالتی که $u_1 = 0, u_2 = 1, d = 1$ و شرایط اولیه صفر است، این معادلات را حل کنید.

۸- در سیستم کنترلی زیر با فرض پایداری سیستم حلقه بسته $G_c(s)$ را چنان انتخاب نمایید تا پاسخ حالت ماندگار کاملاً مستقل از اغتشاش پله $L(s)$ باشد.



۹- با تعریف متغیرهای حالت مناسب (به دلخواه) معادلات فضای حالت را برای سیستم کنترل نشان داده شده در شکل زیر به دست آورید (مسئله را به تمامی روشهای ممکن که می توانید حل کنید):



۱۰- معادلات حالت یک سیستم کنترل خطی به صورت زیر داده شده است:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

الف) تابع تبدیل بیان کننده این سیستم $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ را به دست آورید.

ب) ماتریس انتقال حالت $j(t) = e^{At}$ (State Transition Matrix) را به دست آورید.