

1، 2 و 3: هر یک از قضیه‌های زیر را اثبات کنید:

۱۱.۱.۱ قضیه. گیریم M فضای توپولوژی هائوسدورف و $f: M \rightarrow N$ نگاشت خارج قسمتی باشد. گیریم پس از استوار نمودن توپولوژی خارج قسمتی بر N ، نگاشت f باز بوده و

$$\Delta = \{(x, y) : x, y \in M, f(x) = f(y)\},$$

در $M^2 = M \times M$ بسته باشد، آنگاه N هائوسدورف است.

۵.۳.۱ قضیه. (۱) هر نگاشت هموار، پیوسته است.

(۲) ترکیب نگاشتهای هموار، هموار است.

(۳) نگاشت ثابت، نگاشت همانی و نگاشت احتوای هر زیرمنیفلد باز، هموارند.

(۴) گیریم $\pi_i: M_1 \times \dots \times M_k \rightarrow M_i$ با $i = 1, \dots, k$ نگاشت تصویر بر درآیه i ام باشد، در این صورت، هر یک از π_i ها هموارند.

(۵) گیریم $f: M \rightarrow M_1 \times \dots \times M_k$ ، در این صورت، شرط لازم و کافی برای همواری f این است که هر یک از نگاشتهای $f_i = \pi_i \circ f$ با $i = 1, \dots, k$ هموار باشند.

۶.۵.۱ قضیه: زیرمنیفلد منظم. شرط لازم و کافی برای اینکه نگاشت یکبیک و هموار $f: N \rightarrow M$ نشاننده باشد این است که به ازای هر $y \in f(N)$ ، یک چارت $(V, \psi = (y^1, \dots, y^m))$ حول y برای منیفلد M چنان وجود داشته باشد که $V \cap f(N)$ را به صورت صفر مشترک $m - n$ تابع مختصاتی y^1, \dots, y^{m+1} بتوان بیان نمود. به شکل [۲۳.۱] توجه شود. این چارت (V, ψ) بر M را چارت موافق با N می‌نامیم.

4. کره n بعدی با ساختار گنجنگاری را معرفی نموده، سازگاری چارتهای آن را نشان دهید.

5. منیفلدهای n بعدی M و N را در نظر بگیرید، که M فشرده، N همبند و نگاشت $f: M \rightarrow N$ ایمرشن است. نشان دهید f پوشا است.

موفق و سربلند باشید،

مهدی نجفی خواه،