

توسعه شبکه عصبی ART به فضای اعداد مختلط

حسین حاجی‌زاده صفار^{*}، ناصر مزینی[†]، عادل رحمانی[‡]

چکیده

در این مقاله نوع جدیدی از مدل شبکه ART برای پردازش ورودی‌های مختلط پیشنهاد می‌گردد. بدین منظور می‌بایست ساختار شبکه و الگوریتم یادگیری شبکه بگونه‌ای تغییر یابد که بتواند ورودیهای از نوع مختلط را پذیرفته و خوشه بندی کند. به این منظور تغییرات لازم پیشنهاد شده و الزامات و نتایج این تغییرات از لحاظ ریاضی و عملی بررسی شده است. از میان تغییرات لازم، مهمترین تغییر انتخاب تابع شباهت مناسب به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری شباهت بین بردارهایی با اجزای مختلط است، که در اینجا یک تابع مناسب پیشنهاد شده و مورد بررسی قرار گرفته است. در انتهای مقاله نتایج آزمایش شبکه پیشنهاد شده برای خوشه‌بندی یک مجموعه از داده‌های فضایی-زمانی ارائه شده است.

کلمات کلیدی

شبکه عصبی آرت، شبکه‌های عصبی با ورودی مختلط، تابع شباهت برای بردارهای مختلط مقدار، نمایش مختلط برای پدیده‌های فضایی-زمانی.

Extending ART Neural Network to Complex Space

Hossein Hajizadeh Saffar, Nasser Mozayyani, Adel Rahmani

Amirkabir University of Technology, Iran University of Science and Technology

Abstract

In this paper, we present a novel ART based neural network for processing complex valued inputs. To achieve such network, the classical ART structure and related learning method must be properly modified. We have introduced our modifications to be applied to the basic model and provided necessary proofs for justifying the integrity and operability of obtained complex network. We have finally implemented the network with a sample spatio-temporal example. The results are promising and we showed that network can be easily applied to real world applications.

Keywords

ART, Adaptive Resonance Theory, Complex Valued Neural Networks, Similarity Function for Complex Valued Vectors, Spatio-Temporal, Complex Coding.

^{*} دانشجوی کارشناسی ارشد هوش مصنوعی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، hajizadeh@ce.aut.ac.ir
[†] استادیار دانشکده مهندسی کامپیوتر، عضو هیأت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی کامپیوتر، mozayyani@iust.ac.ir
[‡] استادیار دانشکده مهندسی کامپیوتر، عضو هیأت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی کامپیوتر، rahmani@iust.ac.ir

۱- مقدمه

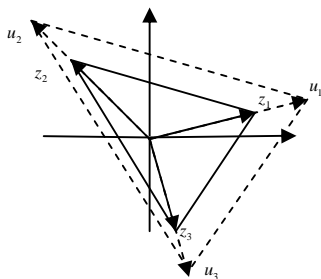
در فضای حقیقی بردارها را می‌توان بر اساس توابع فاصله متعددی که تعریف شده‌اند نرمال کرد، لیکن برای بردارهایی که عناصر مختلط دارند، توابع فاصله با خواص مطلوب توابع حقیقی تعریف نشده‌اند. از سوی دیگر تعمیم بدون دقت توابع فاصله بردارهای حقیقی برای بردارهای مختلط منجر به نتایج نامطلوب می‌شود. از این رو در شبکه پیشنهادی مرحله نرمال سازی به شکلی که در شبکه‌های ART کلاسیک دیده می‌شود وجود ندارد لیکن با ارائه یک تابع شباهت مناسب خاصیت ذکر شده در بالا (مشابه در نظر گرفتن بردارهای هم راستا و هم جهت) حفظ شده است. نکته دیگری که باید مورد توجه قرار گیرد این است که خروجی تابع شباهت با پارامتر هشیاری شبکه مقایسه خواهد، و برای معنی‌دار بودن نتیجه مقایسه خروجی تابع شباهت باید در بازه $[0,1]$ باشد.

قبل از اینکه به معرفی تابع شباهت پیشنهاد شده بپردازیم، ابتدا به تعریف تابع شباهت زاویه‌ای دو عدد مختلط می‌پردازیم. این تابع همانند تابعی است که Baraldi و Alpaydin در [۱۵] تعریف کرده‌اند است. اگر θ زاویه بین دو عدد مختلط z_1 و z_2 باشد آنگاه میزان شباهت زاویه‌ای دو بردار یا ADM چنین تعریف می‌شود:

$$ADM(z_1, z_2) = \frac{\pi - \theta}{\pi} \quad (1)$$

که در آن θ زاویه کوچکتر از بین دوازویه تشکیل شده بین دو عدد مختلط است. با توجه به آنکه θ در بازه $[0, \pi]$ است بردتایع بالا هم بازه $[0,1]$ خواهد بود.

حال به معرفی تابع شباهت پیشنهاد شده می‌پردازیم. در شکل (۱) دو بردار مختلط $U = [u_1, u_2, u_3]^T$ و $Z = [z_1, z_2, z_3]^T$ را در کنار هم می‌بینیم.



شکل (۱)

همچنین داریم:

$$U = aZ \quad (2)$$

که a یک ضریب حقیقی مثبت است. بنا به آنچه گفته شد در تابع شباهت مطلوب این دو بردار کاملاً مشابه در نظر گرفته می‌شوند. اگر مکان اعداد مختلط یک بردار مختلط در صفحه مختلط را به ترتیب قرار گرفتن در بردار (ترتیب اندیس‌ها) به هم وصل کنیم یک چند ضلعی به وجود می‌آید (مثلاً در اینجا سه ضلعی). با اندکی دقت متوجه

مدل شبکه عصبی موسوم به ART در سال ۱۹۷۶ توسط آقایی گراسبرگ معرفی گردید [۱] و در دهه پس از آن (۸۶-۱۹۷۶) توسط وی و همسرش کاربرد بیشتر توسعه و تحول زیادی برای این مدل پیشنهاد شد [۶-۲]. از آنجا که این مدل راه حل خوبی برای مشکل پایداری-انعطاف ارائه می‌دهد، محققین دیگری نیز مدل ART را مورد توجه قرار داده و مشتقات متنوعی از این مدل پیشنهاد دادند، برای آشنایی با تعدادی از این شبکه‌های عصبی می‌توانید به [۷] مراجعه نمایید. از طرفی با کاربردهای گسترده اعداد مختلط در رشته‌های مختلف دانش و مهندسی و تحقیقات برای ایجاد شبکه‌های عصبی مختلط گسترش یافته است [۸-۱۴]. در این مقاله می‌خواهیم مدلی جدید از شبکه ART را پیشنهاد نماییم که قادر باشد بردارهای ورودی در حوزه اعداد مختلط را پذیرفته شده و خوشه‌بندی نماید. این مدل باید بتواند الگوریتم آموزش خود را به حوزه اعداد مختلط توسعه داده و با ورودی‌های مختلط عمل نماید.

۲- معرفی شبکه پیشنهادی

به دلیل مبتنی بر ART بودن شبکه پیشنهادی، این شبکه می‌بایست به اساس معماری و عملکرد مدل ART وفادار بماند. با این نگرش، برای طراحی شبکه پیشنهادی باید تغییرات لازم را در اجزای مدل ART که در بخش قبل معرفی شد به عمل آورد. مهمترین این تغییرات عبارتند از:

۱. ارائه یک تابع شباهت یا انطباق برای بردارهای مختلط
۲. انتخاب قانون یادگیری مناسب

در حقیقت با جایگزینی تابع شباهت مناسب در عملکرد شبکه و ارائه یک قانون یادگیری مناسب، شبکه پیشنهادی قادر به پردازش ورودی‌های مختلط نیز خواهد بود. جهت بهبود کارایی، افزایش سرعت پردازش و سادگی، شبکه پیشنهادی مشابه SART [۱۵] (در حالتی که دو تابع انطباق یکسان باشند) طراحی شده است.

۲-۱- تابع شباهت برای ورودی‌های مختلط

تابعهای شباهت می‌توانند با توجه به ملاک‌های گوناگونی تعریف شوند، در اینجا تابع شباهت تعریف شده ورودی‌هایی که همه به صورت kV که k یک عدد حقیقی مثبت بوده و V یک بردار بامقادیر مختلط است را مشابه می‌داند و در یک خوشه قرار می‌دهد. این انتخاب از آن رو صورت گرفته که بسیاری از شبکه‌های مدل ART ورودی‌های خود را نرمال کرده و در حقیقت وضعیت نرمال شده بردارها را نسبت به هم مورد بررسی قرار می‌دهند از این جهت بردارهای هم جهت و هم راستا را در یک خوشه قرار می‌دهند.

افزایش می‌یابد اهمیت خطا در یک یا چند جزء نسبت به بقیه مهم در نظر گرفته نمی‌شود.

۲-۵- قاعده یادگیری

اگر W بردار شاخص خوشه و X بردار الگو باشد، در این قاعده بردار شاخص خوشه به صورت (قاعده کوهونن) زیر به بردار الگو نزدیک می‌شود:

$$W(t+1) = W(t) + k(X(t) - W(t)) \quad (6)$$

که در فرمول بالا k یک ثابت حقیقی مثبت است. برای جلوگیری از ناپایداری‌های احتمالی می‌توان ضریب k را به مرور زمان و با آهنگ مناسب کم کرد. [۱۵]

۳- شبیه‌سازی شبکه پیشنهادی

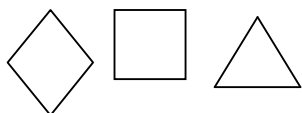
داشتن همزمان دو درجه آزادی برای هر متغیر ورودی (که در ورودی‌های مختلط قابل حصول است) یکی از شیوه‌های مناسب برای پردازش داده‌های فضایی-زمانی در مدل‌های شبکه‌های عصبی است [۱۱، ۱۲، ۱۳]. در اینجا شبکه عصبی پیشنهاد شده برای خوشه‌بندی چنین داده‌هایی مورد استفاده قرار گرفته‌است. داده‌های فضایی زمانی مورد نیاز برای آزمایش و شبیه‌سازی را از حرکت موشواره تهیه کرده‌ایم و قصد داریم از شبکه پیشنهادی برای دسته‌بندی حرکات مختلف موشواره استفاده کنیم.

۳-۱- خوشه‌بندی الگوی حرکت موشواره

هدف ما در این شبیه‌سازی تشخیص و خوشه‌بندی الگوهای مختلف حرکت موشواره است. برای این کار ما مسیر و شکل حرکت موشواره را از زمانی که کلید سمت چپ آن فشرده شده تا زمانی که آن رها می‌شود را در نظر می‌گیریم. داده‌های فضایی زمانی حرکت موشواره را به روش اشاره شده در [۱۳، ۱۴، ۱۶] به صورت مختلط کد شده‌اند.

۳-۲- بررسی نتایج شبیه‌سازی

برای آزمایش شبکه پیشنهاد شده توسط داده‌های فضایی زمانی سه شکل ۲ را به روش‌های مختلف رسم کردیم:



شکل (۲)

هریک از این سه شکل را می‌توان به چند صورت مختلف رسم کرد به صورتی که الگوهای فضایی زمانی متفاوتی را ایجاد کنند. برای مثال الگوی فضایی زمانی حاصل از رسم مثلث با آغاز از راس پایین و چپ و حرکت در جهت عقربه‌های ساعت با الگوی حاصل از رسم همین شکل،

خواهیم شد که چند ضلعی‌های حاصل از بردارهای مختلط مشابه (بردارهایی که هر دو به فرم kV هستند) چندضلعی‌های متجانس به وجود می‌آورند. این چند ضلعی‌ها دو ویژگی مهم دارند اول اینکه اضلاعشان با هم موازی است و ثانياً بردارهایی که مبدا مختصات را به رئوس متناظر وصل می‌کنند هم راستا و هم جهت هستند. از این دو ویژگی برای تعریف تابع شباهت استفاده می‌کنیم.

حال اگر دو بردار مختلط در وضعیت مشابهت کامل نباشند، لاقط یکی از دو مورد زیر در مورد چندجمله‌ای‌های متناظر دوبردار دیده خواهد شد:

۱. اعداد مختلط متصل‌کننده مبدا مختصات به رئوس متناظر هم‌راستا و هم جهت نخواهند بود.
۲. اضلاع متناظر موازی نخواهند بود

در صورت رخ دادن حالت شماره ۱ شباهت زاویه‌ای (معادله شماره ۱) اعداد مختلط متصل‌کننده مبدا مختصات به رئوس متناظر کمتر از یک خواهد شد. همچنین در صورت رخ دادن حالت شماره ۲ شباهت زاویه‌ای اعداد مختلط متناظر با اضلاع نظیر کمتر از یک خواهد شد. اعداد مختلط متناظر با اضلاع از تفاضل اعداد مختلط متوالی در بردارها قابل محاسبه است.

حال تابع شباهت را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

اگر Z و Z' دو بردار مختلط باشند به طوری که

$$Z = [z_1, z_2, z_3, \dots, z_n]^t \quad (3)$$

$$Z' = [z'_1, z'_2, z'_3, \dots, z'_n]^t \quad (4)$$

آنگاه تابع شباهت Z و Z' به این صورت تعریف می‌شود.

$$Sim(Z, Z') = \frac{\sum_{i=1}^n ADM(z_i, z'_i) + \beta \sum_{i=1}^n ADM(z_i - z_{i+1}, z'_i - z'_{i+1})}{n(1 + \beta)} \quad (5)$$

که در اینجا: $z'_{n+1} = z'_1, z_{n+1} = z_1$

در رابطه بالا سیگمای سمت چپ مجموع شباهت زاویه‌ای اعداد مختلط متصل‌کننده مبدا مختصات به رئوس چندضلعی است که در حقیقت هم راستا و هم جهت بودن آنها را بررسی می‌کند و سیگمای سمت راست هم راستایی و هم جهتی اضلاع را بررسی می‌کند. ضریب β هم میزان اهمیتی که به هر یک از دو سیگما نسبت به دیگری داده می‌شود را تعیین می‌کند. سیگمای سمت چپ حداقل ۰ و حداکثر n خواهد بود و سیگمای سمت راست نیز حداقل ۰ و حداکثر $n\beta$ خواهد بود. در نتیجه کل کسر همواره در بازه $[0, 1]$ خواهد بود. ضریب β بزرگتر باعث می‌شود که اهمیت هم‌راستا و هم‌جهت بودن اضلاع نسبت به هم‌راستایی و هم‌جهتی اجزای متناظر بردارها افزایش یابد. ضمناً باید توجه داشت که هنگامی که تعداد اعضای بردارهای مختلط

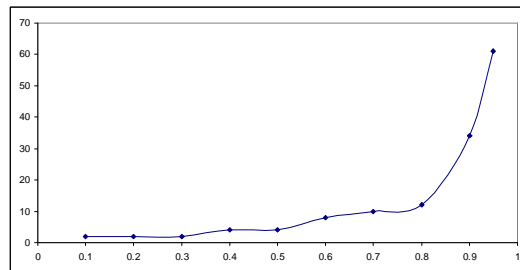
به نظر می‌رسد مدل پیشنهاد شده قابلیت بکارگیری در سایر شبکه‌های مبتنی بر ART را داشته و با تغییرات اندک آنها را نیز قادر به پردازش ورودی‌های مختلف می‌سازد که این موضوع در پژوهش‌های آتی بررسی خواهد شد.

مراجع

- [1] Carpenter, G. A. and Grossberg, S. A., "A massively parallel architecture for a self-organizing neural pattern recognition" Computer Vision, Graphics, and image processing, Vol. 37, 1978, PP. 54- 115.
- [2] Carpenter, G. A. and Grossberg, S. A. "ART2: self-organization of stable category recognition codes for analog input patterns", Applied Optics, 26 (3), 1987, PP. 4919- 4930.
- [3] Carpenter, G. A., Grossberg, S. and Reynolds, J. H., Artmap, Supervised real-time learning and classification of nonstationary data by a self-organizing neural network, Neural Networks, 4:565-588, 1991.
- [4] Carpenter, G. A., Grossberg, S. and Rosen, D. B., "Fuzzy art: Fast stable learning and categorization of analog patterns by an adaptive resonance system", Neural Networks, 4: 759-771, 1991.
- [5] Carpenter, G. A., et al., "Fuzzy artmap: A neural network architecture for incremental supervised learning of analog multidimensional maps". IEEE Transactions on Neural Networks, 3(5):698-713, 1992.
- [6] Carpenter, G. A., "Distributed learning recognition, and prediction by art and artmap neural networks". Neural Networks, 10 (8): 1473-1494, 1997.
- [7] Tauritz, Daniel, "Adaptive Resonance Theory (ART) clearinghouse", Department of Computer Science, University of Missouri-Rolla, 2000, <http://web.umar.edu/taurizd/art>.
- [8] Masters, T., Signal and image processing with neural networks, John Wiley & Sons, Inc. 1994.
- [9] Georgiou G. M. and Koutsougeras G., "Complex domain backpropagation", IEEE trans. On circuits and system II: analog and digital signal processing, vol. 39, no 5, 1992, pp. 330-4.
- [10] Hirose, A., "Applications of complex valued neural networks to coherent optical computing using phase sensitive detection scheme", Information Science - Applications, vol. 2, no 2, 1994, pp. 103-117.
- [11] Mozayanin N. and Vaucher G., "A Spatio-temporal Data-coding applied to Kohonen maps", ICANN, 1995.
- [12] Mozayani N. and Vaucher G., "A Spatio-temporal Perceptron for On-line Handwritten Character Recognition", ICANN, 1997.
- [13] Mozayanin N. and Vaucher G., "A Fully-Neural Solution for On-line Handwritten Character Recognition", IEEE IJCNN, 1998.
- [14] Mozayani N., Incorporation of a Spatio-Temporal Coding to Neural Networks, Ph. D. Dissertation SUPELEC, 1998, University of Rennes I, FRANCE, July 1998.
- [15] A. Baraldi & E. Alpaydin, Simplified ART: A new class of ART algorithms. IEEE transactions on Neural networks, February 1998
- [16] Etienne Roche and Gilles Vaucher. Perceptron Multi-Couches Etendu aux Corpsdes Complexes. Valgo, ISSN 1243-4825, 94-2:23-37, dec 1994..

ولی با آغاز از راس پایین و راست و حرکت در جهت عقربه‌های ساعت متفاوت است. و در نتیجه باید در دو دسته جداگانه قرار گیرند.

برای آزمایش شبکه پیشنهاد شده، ۱۰ نفر هر شکل را ۲۰ بار و با شروع از چپ‌ترین نقطه (در مورد مربع نقطه پایین و چپ) نقطه و در دو جهت موافق و مخالف عقربه‌های ساعت رسم کردند تا روی هم ۱۲۰۰ نمونه آزمایشی فراهم آید



شکل (۳): محور افقی مقدار پارامتر هشیاری و محور عمودی تعداد خوشه‌های ایجاد شده را نمایش می‌دهد

در شکل ۳ نمودار تعداد خوشه‌های ایجاد شده توسط شبکه پس از آموزش بوسیله داده‌های بالا با پارامترهای هشیاری مختلف آورده شده است. مشاهده می‌شود تعداد کلاسترها با افزایش مقدار پارامتر هشیاری به سرعت رشد می‌کند. تعداد ایده‌آل خوشه‌ها با توجه به نحوه رسم و تعداد اشکال برابر ۶ می‌باشد. به ازای پارامتر هشیاری کمتر از ۰/۵ تعداد خوشه‌ها کمتر از ۶ است ولی از این آستانه به بعد تعداد خوشه‌ها از ۶ بیشتر می‌شوند. به ازای پارامتر هشیاری کمتر از ۰/۸ تعدادی از الگوها در خوشه‌های با اعضای متفاوت با خود قرار می‌گیرند. به ازای پارامتر هشیاری بیش از ۰/۸۵ بیش از ۰/۹۵ الگوها در خوشه‌های همگون قرار می‌گیرند بطوری که به ازای مقدار ۰/۹، با داشتن ۳۴ خوشه بیش از ۰/۹۹ الگوها در خوشه‌های همگون قرار می‌گیرند. بنظر می‌رسد با استخراج ویژگی‌های بهتر از حرکت موشواره بتوان با مقادیر کمتری از پارامتر هوشیاری به نتایج بهتری رسید، درعین حال نتایج بدست نشان می‌دهد شبکه پیشنهادی جهت آزمایش شدن در مسائل جدی‌تر نیز مناسب است.

۴- نتیجه

در این مقاله، یک شبکه عصبی مبتنی بر ART با توانایی پردازش و خوشه‌بندی ورودی‌های مختلف پیشنهاد شد. برای اینکار تابع شباهت مناسب برای بردارهای ورودی تعریف شده و خواص ریاضی لازم آن مورد مطالعه قرار گرفت.

نتایج شبیه‌سازی شبکه پیشنهاد شده در خوشه‌بندی داده‌های فضایی زمانی نشان می‌دهند مدل پیشنهادی قابلیت بررسی و بکارگیری در کاربردهای عملی را دارد.