

پیاده‌سازی جستجوی آشوبگونه اصلاح شده بمنظور بهینه‌سازی توابع پیچیده

حامد رحیم‌اف
دانشگاه صنعتی شاهرود
دانشکده مهندسی کامپیوتر
hrahimov@gmail.com

ناصر مزینی
دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده مهندسی کامپیوتر
mozayani@iust.ac.ir

محمد رضا جاهد مطلق
دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشکده مهندسی کامپیوتر
jahedmr@iust.ac.ir

محسن فرهادی
دانشگاه علم و صنعت ایران
دانشجوی کارشناسی ارشد
narfarhadi@gmail.com

در مرجع [۴]، یک الگوریتم بهینه‌سازی آشوب (COA: Chaos Optimization Algorithm) بهینه‌سازی پیچیده مطرح شده است. در مقایسه الگوریتم‌های بهینه‌سازی دو معیار همگرایی و بهینگی مطرح است. بعضی از الگوریتم‌ها دارای همگرایی بوده ولی ممکن است عملکرد ضعیفی داشته باشند، یعنی فرایند جستجوی آنها از کارایی و سرعت لازم برخوردار نباشد؛ بر عکس بعضی دیگر از الگوریتم‌ها همگرایی نداشته ولی عملکرد آنها در غالب مسائل خوب است. الگوریتم COA همگرا نبوده ولی سرعت نسبتاً مناسبی در رسیدن به پاسخ بهینه دارد. ما در این مقاله با اعمال تغییراتی در این الگوریتم علاوه بر همگرا نمودن این روش سرعت رسیدن به پاسخ بهینه را نیز بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش داده‌ایم.

این مقاله بدین صورت سازماندهی شده است. در بخش بعدی بطور خلاصه در مورد توابع آشوبگونه بحث می‌نماییم. سپس در بخش سوم به شرح الگوریتم بهینه‌سازی آشوب اصلاح شده یعنی روش پیشنهادی می‌پردازیم. در نهایت در بخش چهارم با استفاده از روش پیشنهادی به حل چند نمونه از مسائل پیچیده بهینه‌سازی می‌پردازیم. مقایسه نتایج بدست آمده از این الگوریتم با پاسخ دقیق مسائل بخوبی کارایی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

۲- توابع آشوبگونه

سیستم‌های آشوبگونه سیستم‌هایی هستند که دارای تعداد نامحدودی بستر جذب بوده و به شرایط اولیه حساس هستند. حساسیت به شرایط اولیه در یک سیستم دینامیک بر این اساس است که اختلاف بسیار کوچک در مقادیر اولیه سیستم سبب بوجود آمدن نتایج بسیار متفاوت می‌گردد. برای نمونه، نگاشت آشوبگونه معادله (۱) یک نگاشت لوگستیک معکوس است [۵].

$$f(x_n) = x_{n+1} = (1 - rx_n)^2 \quad (1)$$

اگر مقدار نرخ رشد برابر صفر باشد ($r = 0$) توالی x_n به سمت یک میل می‌کند، یعنی برای سیستم تنها یک نقطه جذب وجود دارد و آن نقطه یک است. برای $0 < r < 0.75$ ، تولید x_n رشد می‌کند و به حالت پایدار غیر صفر می‌رسد، یعنی سیستم همچنان دارای یک نقطه جذب است با این تفاوت که مقدار نقطه جذب با افزایش r ، کاهش

چکیده: در طول سال‌های گذشته نقش بهینه‌سازی در بسیاری از زمینه‌ها افزایش یافته است. مسائل بهینه‌سازی در عمل بسیار پیچیده‌اند و الگوریتم‌های کلاسیک قادر به حل آنها بطور رضایت‌بخش نیستند. آنها دارای دو محدودیت افتادن در تله مینیمم محلی و صرف وقت زیاد جهت جستجو می‌باشند. آشوب در سیستم‌های غیرخطی وجود دارد و علاوه بر داشتن خاصیت تصادفی دارای قطعیت نیز می‌باشد. یک حرکت آشوبگونه می‌تواند حالات مختلفی از فضا را بدون تکرار طی نماید. ما با استفاده از خصوصیات آشوب و محدود نمودن دامنه جستجو یک روش بهینه‌سازی کارآمد به نام ICOA پیشنهاد نموده‌ایم که با استفاده از این روش چند نمونه از مسائل بهینه‌سازی پیچیده حل شده‌اند. شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی نسبت به سایر الگوریتم‌ها که در حل مسائل بهینه‌سازی مکرراً استفاده می‌گردند نظیر الگوریتم‌های Simulated Annealing و Chemotaxis از دقت بالاتری برخوردار می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: جستجوی آشوبگونه، لوگستیک معکوس، بهینه‌سازی

- مقدمه

آشوب یک پدیده نوظهور در سیستم‌های دینامیک غیرخطی می‌باشد که امروزه بطور وسیعی در گردهمایی‌های مهندسی و ریاضی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. آشوب رفتار تصادفی غیرقابل پیش‌بینی بوسیله یک سیستم غیرخطی، قطعی و وابسته به شرایط اولیه را از خود نشان می‌دهد. بعلت خصوصیات دینامیکی و تصادفی متغیرهای آشوب، جستجوی آشوب در رسیدن به هدف و فرار از بهینه محلی بیشتر از جستجوی تصادفی انجام پذیر می‌باشد [۱-۳]. بنابراین این روش برای بهینه‌سازی مسائل به صورت کاربردی مورد استفاده قرار می‌گیرد. از سوی دیگر، شبیه‌سازی ذوب فلزات کاربردهای عملی زیادی در حل هوشمند مسائل با تعداد زیاد متغیر وابسته به هم همچون طراحی مدارات دارد. به این دسته از مسائل، مسائل پیچیده می‌گویند. در این مقاله سعی شده است از خواص جستجوی آشوبگونه جهت حل هرچه بهتر این مسائل استفاده شود.

۳- الگوریتم بهینه‌سازی آشوب

یک نمونه از مسائل بهینه‌سازی و محدودیت‌های آن بصورت معادله (۲) تعريف می‌شود:

$$\min f(x_i) \quad i=1, \dots, n \quad (2)$$

$$a_i < x_i < b_i$$

الگوریتم جستجوی آشوبگونه برای حل این نمونه از مسائل بهینه‌سازی کاربرد دارد. در ادامه به توضیح روش پیشنهادی جهت حل مسائل بهینه‌سازی می‌پردازم.

مرحله (۱) برای تولید آشوبگونه x_i ازتابع آشوبگونه معادله (۳) به ازای بعضی از مقادیر r که از $[0,1]$ به $[0,1]$ تصویر می‌شوند استفاده می‌کیم.

$$x_{i+1} = (1 - rx_i)^2, \quad 1.5 < r < 2 \quad (3)$$

و سپس برای تصویر نمودن فاصله $[0,1]$ به $[a_i, b_i]$ از فرمول معادله (۴) استفاده می‌نماییم.

$$z_i = b_i \cdot x_i - a_i \quad (4)$$

مرحله (۲) $(z_i) = f(z_i) = y_i$ را محاسبه نموده و بهترین پاسخ قبلی y^* مقایسه می‌نماییم، اگر $y^* > y_i$ پس پاسخ بهینه جدید y_i خواهد بود، در غیر اینصورت تغییری در پاسخ بهینه ایجاد نمی‌گردد.

مرحله (۳) مراحل فوق را تا هنگامیکه در K تکرار، بهبودی ایجاد نگردد ادامه می‌دهیم. در غیر اینصورت به مرحله بعد می‌رویم.

مرحله (۴) از آنجا که در K تکرار در خروجی بهبودی ایجاد نشده پس بنظر می‌رسد که پاسخ بهینه می‌باشد در اطراف پاسخ بدست آمده باشد، لذا ما فضای جستجو را با استفاده از معادله (۵) محدود نموده و به مرحله بعد می‌رویم.

$$scale = scale / h \quad (5)$$

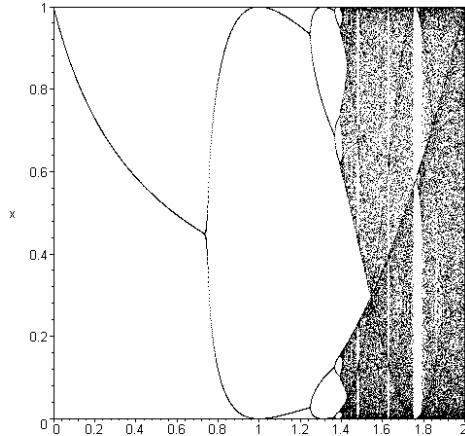
$$x^* - scale < x_i < x^* + scale$$

که در آن متغیر $scale$ برای کوچک نمودن فضای جستجو و x^* ورودی متناظر با بهترین پاسخ فعلی یعنی y^* است. مرحله (۵) در صورتیکه بعد از m مرتبه متوالی کوچک نمودن فضای جستجو در پاسخ تولیدی بهبودی ایجاد نشد، الگوریتم خاتمه پیدا می‌کند در غیر اینصورت به مرحله نخست می‌رویم.

بعد از اتمام الگوریتم، y^* بدست آمده پاسخ بهینه مسأله و x^* ورودی متناظر با پاسخ بهینه می‌باشد. در بخش بعدی برای نشان دادن قابلیت روش فوق برای رسیدن به پاسخ بهینه و فرار از بهینه محلی به حل چند نمونه از مسائل پیچیده بهینه‌سازی می‌پردازم.

می‌یابد. در $r = 0.75$ اولین مرحله از دو شاخه شدن صورت می‌گیرد. برای r های بزرگتر، مثلاً برای مقدار $r = 1$ جمعیت بیشتر رشد می‌کند اما حول حالت پایدار قبلی بین یک جمعیت بزرگ در یک تولید و جمعیتی کوچکتر در تولید بعدی نوسان می‌کند. این نوع نوسان که x_n هر دو مرتبه تکرار می‌شود، چرخه با پریود ۲-گفته می‌شود. برای $r \approx 1.25$ جمعیت به یک چرخه منتهی می‌شود که دارای چهار حالت پایدار است. چرخه قبلی پریودش دو برابر شده و تبدیل به چرخه چهار پریودی می‌شود. با افزایش بیشتر r ، عمل دو برابر شدن پریود به چرخه هایی با هشت پریود و شانزده پریود و غیره منتهی می‌شود. به این رفتار دو شاخه شدن سیستم پدیده انشعاب می‌گردد. یعنی باعث می‌شود که شاخه شدن سبب دو برابر شدن پریود می‌گردد. بستر جذب N نقطه‌ای به بستر جذب $2N$ نقطه‌ای تبدیل گردد. همانطور که ملاحظه گردید این امر زمانی رخ می‌دهد که پارامتر دو شاخه شدن r تغییر می‌کند. برای مقادیر بزرگتر r ، ترتیب x_n ها به یک مقدار ثابت و یا مدار متناوب منتهی نمی‌شود بلکه یک رفتار آشوبگونه دارد. در شکل ۱ نمودار دو شاخه‌ای معادله (۱) رسم شده است. لازم ذکر است که سیستم برای همه مقادیر $1.4 < r < 2$ آشوبگونه نیست بلکه در بازه $1.4 < r < 2$ ، مخلوطی از نظم و آشوب دیده می‌شود. این خصلت با تفاوت‌های جزئی در سایر توابع آشوبگونه نیز وجود دارد [۷].

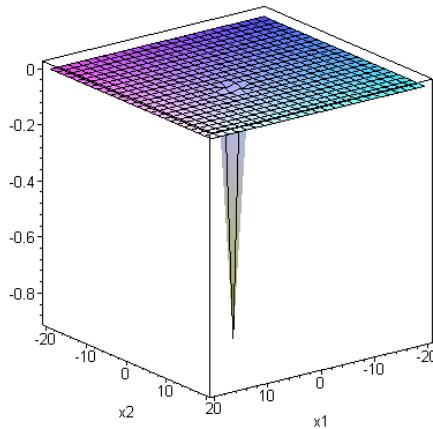
همانطور که توضیح داده شد نمودار شکل ۱ به ازای تعداد تکرارهای مساوی برای r های بین صفر و دو رسم شده است لذا با توجه به شکل ۱ برای مقادیر از r بطوریکه $1.5 < r < 2$ باشد، بیشترین پوشش برای x_n ها و در نتیجه پوشش کاملتر فضای پاسخ مسأله یا $f(x_n)$ ها حاصل می‌شود.



شکل ۱- نمودار دو شاخه شدن نگاشت تابع لوگستیک معکوس به ازای $1.4 < r < 2$

- حل مسائل بهینه‌سازی

در این بخش به حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی معروف Rastrigin معادله (۶)، معادله (۷) و معادله (۸) می‌پردازیم.



شکل ۴- نمودار تابع Easom (معادله ۸)

مقدار حداقل واقعی (global minimum) تابع (۶) برابر صفر می‌باشد
 $f(x) = 0; x(i) = 0, i = 1 : n$
 و مقدار حداقل واقعی تابع (۷) برابر
 $n * 418.9829$ می‌باشد
 $f(x) = -n * 418.9829; x(i) = 420.9687, i = 1 : n$
 و مقدار
 حداقل واقعی تابع (۸) برابر
 -1 می‌باشد (برای $x_1, x_2 \in [\pi, \pi]$).
 $f(x_1, x_2) = -1; (x_1, x_2) = (\pi, \pi)$

حال با استفاده از الگوریتم پیشنهادی و در نظر گرفتن $n = 2$ به حل توابع معادلات (۶)، (۷) و (۸) می‌پردازیم. مقادیر پیشنهادی برای مقادیر h و K بترتیب برابر 10 ، 5 و 40 می‌باشد. نتایج بدست آمده از حل مسائل فوق در جدول ۱ مشاهده می‌گردند.

جدول ۱- نتایج حاصل از حل توابع ۶، ۷ و ۸ توسط روش پیشنهادی

زمان رسیدن به پاسخ (ثانیه)	$f(x_1, x_2)$	x_2 متناظر با بهترین پاسخ	x_1 متناظر با بهترین پاسخ	تابع
۱/۳۹۲	•	۰/۰۰۰۰۰۳۸	-۰/۰۰۰۰۰۳۵	Rastrigin
۰/۶۹۱	-۸۳۷/۹۶۵۸	-۴۲۰/۹۶۹۱	-۴۲۰/۹۶۸۲	Schwefel
۰/۸۱۲	-۱	۳/۱۴۱۵	۳/۱۴۱۵	Easom

با توجه به نتایج حاصل از شیوه‌سازی به این نتیجه می‌رسیم که الگوریتم ما با سرعتی در حد ثانیه قادر به پیدا نمودن پاسخ توابع پیچیده با دقت بالایی می‌باشد. در ادامه برای نشان دادن بهبودی روش

$$f_1(x) = 10.n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10.\cos(2\pi.x_i)) \quad (6)$$

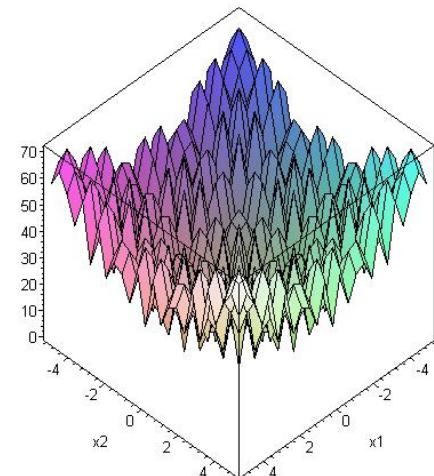
$$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n -x_i \cdot \sin(\sqrt{|x_i|}) \quad -500 \leq x_i \leq 500 \quad (7)$$

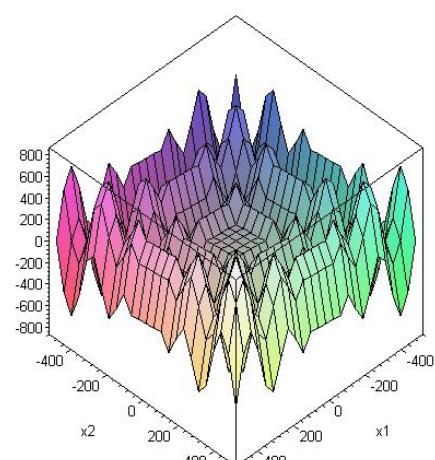
$$f_3(x_1, x_2) = -\cos(x_1) \cdot \cos(x_2) e^{-(x_1-\pi)^2 + (x_2-\pi)^2} \quad (8)$$

$$-100 \leq x_i \leq 100, i = 1 : 2$$

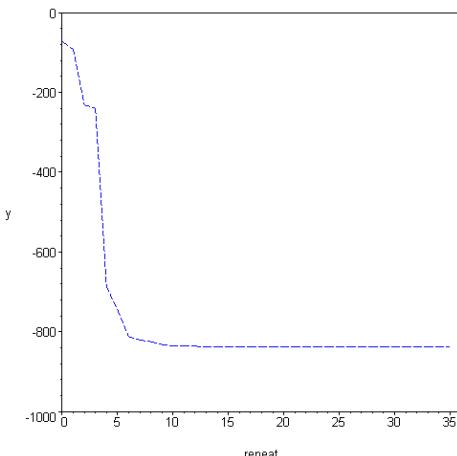
نمودارهای توابع (۶)، (۷) و (۸) بترتیب در شکل‌های ۲، ۳ و ۴ نشان داده شده‌اند.



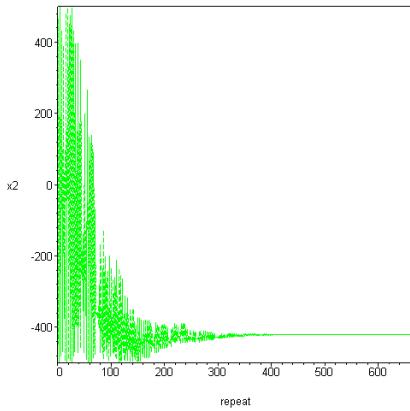
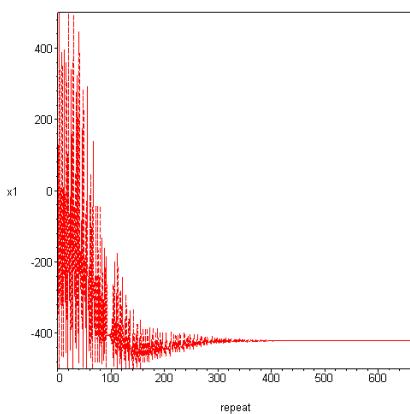
شکل ۲- نمودار تابع Rastrigin (معادله ۶)



شکل ۳- نمودار تابع Schwefel (معادله ۷)



شکل ۵- مسیر بهبودی $f(x_1, x_2)$ در طول مدت اجرای الگوریتم پیشنهادی برای تابع (۷)



شکل ۶- x_1 و x_2 های تولیدشده توسط الگوریتم پیشنهادی برای تابع (۷)

پیشنهادی نسبت به روش COA به حل توابع (۶) و (۸) توسط روش COA پرداخته و نتایج آنرا در جدول ۲ نمایش می‌دهیم.

جدول ۲- نتایج حاصل از حل توابع پیچیده توسط روش COA

زمان رسیدن به پاسخ (ثانیه)	$f(x_1, x_2)$	x_2	x_1	تابع
۳۵/۷۷۲	۰/۱۱	۰/۰۲۲۹	-۰/۰۰۵۲	Rastrigin
۲/۷۶۴	-۸۳۷/۹۶۵۷	-۴۲۰/۹۹۲۲	-۴۲۰/۹۵۷۰	Schwefel
۴/۴۷۷	-۰/۹۹۹	۳/۱۵	۳/۱۵	Easom

جدول ۳ نشان دهنده دقت پاسخ تولیدی از حل مسئله فوق توسط روش پیشنهادی ICOA و روش COA می‌باشد.

جدول ۳- میزان خطای پاسخ تولیدی حاصل از حل توابع پیچیده توسط روش‌های ICOA و COA (دقت تا چهار رقم اعشار)

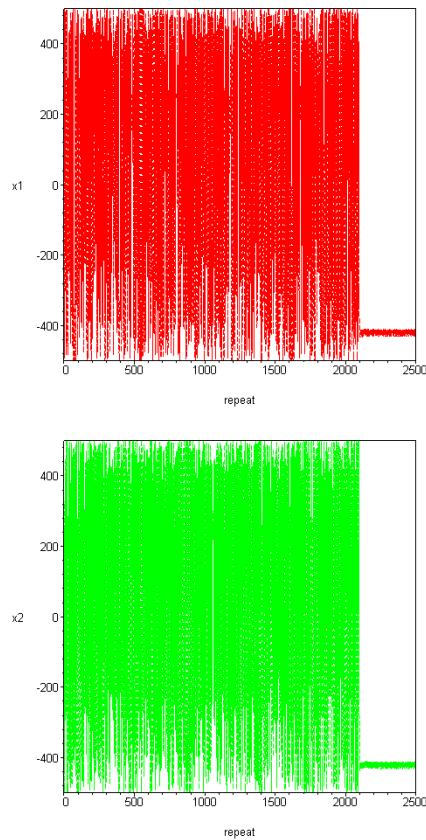
میزان خطای پاسخ تولیدی توسط روش ICOA	میزان خطای پاسخ تولیدی توسط روش COA	تابع
.	۰/۱۱	Rastrigin
.	۰/۰۰۰۱	Schwefel
.	۰/۰۰۱	Easom

با مقایسه نتایج بدست آمده از دو روش فوق به این نتیجه می‌رسیم که روش پیشنهادی ما باعث بهبودی در پاسخ تولیدی هم از نظر سرعت رسیدن به پاسخ و هم از نظر دقت پاسخ تولیدی شده است. از طرفی در مرجع [۲] نشان داده شده است که روش COA نسبت به روش‌های Simulated Annealing، Chemotaxis Algorithm و SAA است. در رسیدن به پاسخ بهینه و فرار از بهینه محلی عملکرد بهتری دارد. شکل ۵ مسیر بهبودی $f(x_1, x_2)$ در طول مدت اجرای الگوریتم و شکل ۶، x_1 و x_2 های تولید شده توسط الگوریتم پیشنهادی را برای تابع معادله (۷) نشان می‌دهد. در شکل ۶ مشاهده می‌شود که ابتدا x_i ها بطور آشوبگونه در فاصله [-500, 500] تولید شده و به مرور به سمت پاسخ بهینه همگرا می‌شوند.

شکل ۷، x_1 و x_2 های تولید شده توسط الگوریتم COA برای تابع (۷) را نشان می‌دهد، همانطور که در شکل (۷) مشاهده می‌گردد در طول اجرای الگوریتم، x_i ها بطور آشوبگونه در فاصله [-500, 500] تولید شده و هیچ‌گونه همگرایی در x_i های تولیدی مشاهده نمی‌گردد.

مراجع

- [1] Zhou, C., Chen, T., "Chaotic annealing for optimization.", Phys Rev E; vol. 55(3), p.p. 2580–7, 1997.
- [2] Lu, Z., Shieh, L.S., Chen, G., Coleman, N.P., "Simplex sliding mode control form on linear uncertain systems via chaos optimization", Chaos, Solutions & Fractals, vol. 23, pp. 747–55, 2005.
- [3] Ji, M.J., Tang, H.W., "Application of chaos in simulated annealing", Chaos, Solutions & Fractals, vol. 21, pp. 33–41, 2004.
- [4] Li, B., Jiang, W., "Optimizing complex functions by chaos search", Int Journal Cybernet System, vol. 29, pp. 409–419, 1998.
- [5] Patrik, G.; "Self-reference and chaos in fuzzy logic", IEEE Transaction on Fuzzy System, Vol. 1, No. 4, 1993.
- [6] Reese, A.; "Random number generators in genetic algorithms for unconstrained and constrained optimization", nonlinear analysis, (available at SienceDirect 2008).
- [7] رحیم‌اف، ح.، طراحی و پیاده سازی حافظه انجمنی با استفاده از شبکه عصبی آشوبگونه، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران ، ۱۳۸۵ .



شکل ۷- x_1 و x_2 های تولید شده توسط الگوریتم COA برایتابع (۷)

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در توابع آشوبگونه برای مقادیر بزرگتر r ، ترتیب x_n ها به یک مقدار ثابت و یا مدار متناوب منتهی نمی‌شود بلکه یک رفتار آشوبگونه دارد. علاوه بر این یکی از خواص x_n های تولیدی به ازای یک r مشخص در حالت آشوبگونه اینست که x_n های تولیدی غیرتکراری می‌باشند، بطوريکه این خاصیت باعث می‌گردد تا بتوانیم یک مجموعه فضای پاسخ بدون تکرار ایجاد نموده و از افتادن در تله مینیمم محلی رهایی یابیم.

از مقایسه پاسخ‌های حاصل شده از روش پیشنهادی با پاسخ‌های دقیق به این نتیجه رسیدیم که روش پیشنهادی ما در تولید پاسخ از دقت بالایی برخوردار است. با مقایسه نتایج حاصل از حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده توسط COA و با نتایج حاصل از روش پیشنهادی به این نتیجه رسیدیم که تغییرات اعمالی باعث ایجاد بهبودی در سرعت رسیدن به پاسخ بهینه و ایجاد همگرایی در جستجو می‌گردد.