

نام درس: آنالیز عددی پیشرفته

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی (آنالیز عددی - تحقیق در عملیات) (۱۱_۱۱_۱۸۰)

آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز است

تعداد سوالات: تستی: + تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: + تشریحی: ۱۰۰

کد سری سوال: یک - ۱

۱. الگوریتم پایا را تعریف کنید و بررسی کنید که کدام یک از دو الگوریتم زیر جهت محاسبه تابع $\varphi(x, y) = -x + \sqrt{x^2 + y}$ با فرض

$x \gg y$ ، $x > 0$ و $y > 0$ پایا است؟ (۳ نمره)

$$s := x^p$$

$$t := s + y$$

$$u := \sqrt{t} \quad \text{الگوریتم ب:}$$

$$v := x + u$$

$$z := \frac{y}{v}$$

$$s := x^p$$

$$t := s + y$$

$$u := \sqrt{t}$$

$$z := -x + u$$

الگوریتم الف:

۲. الف: شرایط درونیابی هرمیت را بیان کنید.

ب: چند جمله ای درونیابی هرمیت با استفاده از تفاضلات تقسیم شده را با مفروضات زیر بدست آورید.

$$m = 2, \quad n_0 = 2, \quad n_1 = 3$$

$$x_0 = 0, \quad f_0^{(0)} = -1, \quad f_0^{(1)} = -2$$

$$x_1 = 1, \quad f_1^{(0)} = 0, \quad f_1^{(1)} = 10, \quad f_1^{(2)} = 40$$

ج: اگر $S(q) = \sum_{k=0}^{N-1} |f_k - q(x_k)|^2$ آنگاه ثابت کنید در بین همه چند جمله ای های فاز $q(x) = \sum_{j=0}^s \gamma_j \omega^j$ -S، قطعه ای

$$P_s(x) = \sum_{i=0}^s \beta_i \omega^i, \quad (0 \leq s < N) \text{ مینیمم کننده } S(q) \text{ است. (۴ نمره)}$$

نام درس: آنالیز عددی پیشرفته

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی (آنالیز عددی - تحقیق در عملیات) (۱۱_۱۱_۱۸۰)

آزمون: نیمسال دوم ۸۹-۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز است

تعداد سوالات: تستی: + تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: + تشریحی: ۱۰۰

کد سری سوال: یک - ۱

۳. الف: انتگرال زیر را با برونمایی با گامهای $h_0 = 1$, $h_1 = \frac{1}{2}$, $h_2 = \frac{1}{4}$ محاسبه کنید $\int_0^1 t^5 dt$

ب: هسته پتانو را برای قاعده سیمسون به ازای $n = 3$ در بازه $[-1, 1]$ به دست آورید. (۳نمره)

۴. هرگاه A یک ماتریس نامنفرد $n \times n$ باشد و $B = A(I + F)$ و $\|F\| \leq 1$ و x و Δx به صورت

$$B(x + \Delta x) = b, Ax = b$$

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{\text{cond}(A)}{1 - \text{cond}(A)} \frac{\|B - A\|}{\|A\|} \quad \text{به ویژه} \quad \frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{\|F\|}{1 - \|F\|}$$

تعریف می شوند. ثابت کنید

$$\text{اگر } \text{cond}(A) \frac{\|B - A\|}{\|A\|} < 1$$

(۲نمره)

۵. فرض کنید $P(x)$ یک چند جمله ای از درجه $n \geq 2$ با ضرایب حقیقی باشد. اگر همه ریشه های ζ_i که $\zeta_1 \geq \zeta_2 \geq \dots \geq \zeta_n$

از $P(x)$ حقیقی باشند آنگاه روش نیوتون همگرایی اکیداً نزولی دنباله $\{x_k\}$ را برای هر مقدار آغازین $x_0 > \zeta_1$ ارائه می دهد. (۲نمره)