بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل اول)

مدرس: دکتر مسعود یقینی

اندیسها، مجموعه ها، پارامترها و متغییرهای مدل

k	اندیس تقاضا از مبداء O(k) تا مقصد D(k)
s	اندیس قطار از از مبداء O(s) تا مقصد D(s)
n	اندیس ایستگاهها
K	مجموعه تقاضاها
N	مجموعه ایستگاهها
S	مجموعه قطارها
K_s	مجموعه تقاضاهایی که قطار s ام می تواند حمل کند.
N_k	مجموعه ایستگاههای مبدا، مقصد و بین راهی برای تقاضای k ام
f_s	هزینه ثابت تشکیل قطار s ام
c_s^k	هزینه متغیر حمل مجموع تقاضای k ام روی قطار s ام
b^k	مقدار تقاضای k ام از مبداء O(k) تا مقصد D(k)
y_s	متغیر صفر و یک، 1: اگر قطار s ام تشکیل شود، 0: در غیر اینصورت
x_s^k	متغیر صفر و یک، 1: اگر تقاضای k ام بوسیله قطار s ام حمل شود، 0: در غیر اینصورت

مدل ریاضی

$$MinZ = \sum_{s \in S} f_s y_s + \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} c_s^k x_s^k$$

$$s.t:$$

$$\sum_{s \in S / O(s) = O(k)} x_s^k = 1, \forall k \in K$$

$$\sum_{s \in S / D(s) = n} x_s^k - \sum_{s \in S / O(s) = n} x_s^k = 0, \forall k \in K, n \in N_k / n \# O(k) \,\&\, n \# D(k)$$

$$\sum_{s \in S / D(s) = D(k)} x_s^k = 1, \forall k \in K$$

$$x_s^k - y_s \le 0, \forall s \in S, k \in K_s$$

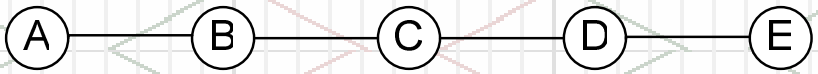
$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_s^k \in \{0,1\}, s \in S, k \in K$$

مثال

مثال:

- شبکه ای با ۵ ایستگاه و جدول تقاضای زیر وجود دارد:



	A	B	C	D	E	جمع
A		150	300	100	150	700
B			200	80	120	400
C				70	200	270
D					90	90
E						
جمع فقط یک مسیر	__	150	500	250	560	1460
c	11	11	10	10	---	
زمان عملیات مانور (t)	---	3	3	3		

مثال

مثال: (ادامه)

- ظرفیت هر قطار ۵۰ واگن (m=50)
- هزینه تأخیر: 2 واحد پولی (واگن-ساعت)
- هزینه عملیات مانور برای هر واگن: 2 واحد پولی
- زمانهای سیر بین ایستگاه A و B:

مسیر	A-B	B-C	C-D	D-E
زمانهای سیر (ساعت)	3	4	2	3

مطلوبست تعیین برنامه ریزی تشکیل قطارها با استفاده از یک مدل ریاضی

مثال

- تقاضاها: (K)

k	O	D	مقدار
1	A	B	150
2	A	C	300
3	A	D	100
4	A	E	150
5	B	C	200
6	B	D	80
7	B	E	120
8	C	D	70
9	C	E	200
10	D	E	90

مثال

- مسیرهای قطارها و هزینه ثابت آنها: (S)

s	O	D	c.m	f_s
1	A	B	550	1100
2	A	C	550	1100
3	A	D	550	1100
4	A	E	550	1100
5	B	C	550	1100
6	B	D	550	1100
7	B	E	550	1100
8	C	D	500	1000
9	C	E	500	1000
10	D	E	500	1000

مثال

- هزینه متغیر = (هزینه زمان واگن در سیر قطار + هزینه توقف واگن برای عملیات مانور در ایستگاه بعدی (در صورتیکه ایستگاه بعدی بین راهی باشد) + هزینه عملیات مانور در ایستگاه بعدی (در صورتیکه ایستگاه بعدی بین راهی باشد)) X تعداد واگن

c_s^k

			k									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			(A,B)	(A,C)	(A,D)	(A,E)	(B,C)	(B,D)	(B,E)	(C,D)	(C,E)	(D,E)
s	1	(A,B)	900	4200	1400	2100	-	-	-	-	-	-
	2	(A,C)	-	4200	2200	3300	-	-	-	-	-	-
	3	(A,D)	-	-	1800	3900	-	-	-	-	-	-
	4	(A,E)	-	-	-	3600	-	-	-	-	-	-
	5	(B,C)	-	1600	2400	2400	1600	1280	1920	-	-	-
	6	(B,D)	-	-	1200	3000	-	960	2400	-	-	-
	7	(B,E)	-	-	-	2700	-	-	2160	-	-	-
	8	(C,D)	-	-	400	1800	-	320	1440	280	2400	-
	9	(C,E)	-	-	-	1500	-	-	1200	-	2000	-
	10	(D,E)	-	-	-	900	-	-	720	-	1200	540

مثال

- تابع هدف:

$$MinZ = 1100y_1 + 1100y_2 + 1100y_3 + 1100y_4 + 1100y_5$$
$$+1100y_6 + 1100y_7 + 1000y_8 + 1000y_9 + 1000y_{10}$$
$$+900x_1^1 + 4200x_1^2 + 1400x_1^3 + 2100x_1^4 + 4200x_2^2$$
$$+2200x_2^3 + 3300x_2^4 + 1800x_3^3 + 3900x_3^4 + 3600x_4^4$$
$$+1600x_5^2 + 2400x_5^3 + 2400x_5^4 + 1600x_5^5 + 1280x_5^6$$
$$+1920x_5^7 + 1200x_6^3 + 3000x_6^4 + 960x_6^6 + 2400x_6^7$$
$$+2700x_7^4 + 2160x_7^7 + 400x_8^3 + 1800x_8^4 + 320x_8^6$$
$$+1440x_8^7 + 280x_8^8 + 2400x_8^9 + 1500x_9^4 + 1200x_9^7$$
$$+2000x_9^9 + 900x_{10}^4 + 720x_{10}^7 + 1200x_{10}^9 + 540x_{10}^{10}$$

مثال

- محدودیت گروه اول: خروج واگن از مبداء:

$$s.t:$$

$$(k=1) => x_1^1 = 1$$

$$(k=2) => x_1^2 + x_2^2 = 1$$

$$(k=3) => x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 1$$

$$(k=4) => x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 1$$

$$(k=5) => x_5^5 = 1$$

$$(k=6) => x_5^6 + x_6^6 = 1$$

$$(k=7) => x_5^7 + x_6^7 + x_7^7 = 1$$

$$(k=8) => x_8^8 = 1$$

$$(k=9) => x_8^9 + x_9^9 = 1$$

$$(k=10) => x_{10}^{10} = 1$$

مثال

- محدودیت گروه دوم: ورود و خروج واگن از ایستگاههای بین راهی:

$$(k=2, n=B) \Rightarrow x_1^2 - x_5^2 = 0$$
$$(k=3, n=B) \Rightarrow x_1^3 - x_5^3 - x_6^3 = 0$$
$$(k=3, n=C) \Rightarrow x_2^3 + x_5^3 - x_8^3 = 0$$
$$(k=4, n=B) \Rightarrow x_1^4 - x_5^4 + x_6^4 + x_7^4 = 0$$
$$(k=4, n=C) \Rightarrow x_2^4 + x_5^4 - x_8^4 - x_9^4 = 0$$
$$(k=4, n=D) \Rightarrow x_3^4 + x_6^4 + x_8^4 - x_{10}^4 = 0$$
$$(k=6, n=C) \Rightarrow x_5^6 - x_8^6 = 0$$
$$(k=7, n=C) \Rightarrow x_5^7 - x_8^7 - x_9^7 = 0$$
$$(k=7, n=D) \Rightarrow x_6^7 + x_8^7 - x_{10}^7 = 0$$
$$(k=9, n=D) \Rightarrow x_8^9 - x_{10}^9 = 0$$

مثال

- محدودیت گروه سوم: ورود به ایستگاه مقصد:

$$(k=1) => x_1^1 = 1$$

$$(k=2) => x_2^2 + x_5^2 = 1$$

$$(k=3) => x_3^3 + x_6^3 = 1$$

$$(k=4) => x_4^4 + x_7^4 + x_9^4 + x_{10}^4 = 1$$

$$(k=5) => x_5^5 = 1$$

$$(k=6) => x_6^6 + x_8^6 = 1$$

$$(k=7) => x_7^7 + x_9^7 + x_{10}^7 = 1$$

$$(k=8) => x_8^8 = 1$$

$$(k=9) => x_9^9 + x_{10}^9 = 1$$

$$(k=10) => x_{10}^{10} = 1$$

مثال

- **محدودیت گروه چهارم: تشکیل قطارهای مستقیمی که واگنی به آنها اختصاص داده شده است:**

$$x_1^1 - y_1 \le 0 \quad x_1^2 - y_1 \le 0 \quad x_1^3 - y_1 \le 0 \quad x_1^4 - y_1 \le 0$$
$$x_2^2 - y_2 \le 0 \quad x_2^3 - y_2 \le 0 \quad x_2^4 - y_2 \le 0$$
$$x_3^3 - y_3 \le 0 \quad x_3^4 - y_3 \le 0$$
$$x_4^4 - y_4 \le 0$$

$$x_5^2 - y_5 \le 0 \quad x_5^3 - y_5 \le 0 \quad x_5^4 - y_5 \le 0 \quad x_5^5 - y_5 \le 0$$
$$x_5^6 - y_5 \le 0 \quad x_5^7 - y_5 \le 0$$
$$x_6^3 - y_6 \le 0 \quad x_6^4 - y_6 \le 0 \quad x_6^6 - y_6 \le 0 \quad x_6^7 - y_6 \le 0$$

$$x_7^4 - y_7 \le 0 \quad x_7^7 - y_7 \le 0$$
$$x_8^3 - y_8 \le 0 \quad x_8^4 - y_8 \le 0 \quad x_8^6 - y_8 \le 0 \quad x_8^7 - y_8 \le 0 \quad x_8^8 - y_8 \le 0 \quad x_8^9 - y_8 \le 0$$
$$x_9^4 - y_9 \le 0 \quad x_9^7 - y_9 \le 0 \quad x_9^9 - y_9 \le 0$$

$$x_{10}^4 - y_{10} \le 0 \quad x_{10}^7 - y_{10} \le 0 \quad x_{10}^9 - y_{10} \le 0 \quad x_{10}^{10} - y_{10} \le 0$$

مثال

- محدودیت گروه پنجم و ششم: مقادیر صفر و یک برای متغیرهای تصمیم:

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_s^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, k \in K$$

$$S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$K = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل اول)