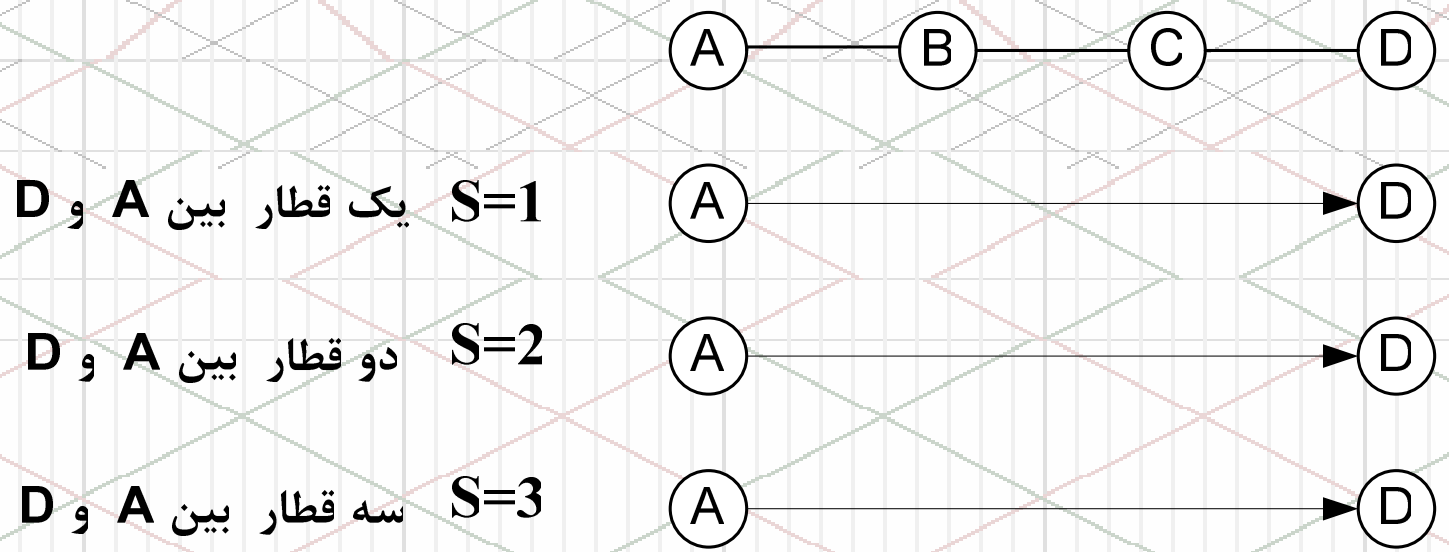
بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل دوم)

مدرس: دکتر مسعود یقینی

مفروضات مدل دوم



حروف اختصاری مدل

k	اندیس تقاضا از مبداء O(k) تا مقصد D(k)
s	اندیس گروه قطارها از از مبداء O(s) تا مقصد D(s)
n	اندیس ایستگاهها
K	مجموعه تقاضاها
N	مجموعه ایستگاهها
S	مجموعه قطارها
K_s	مجموعه تقاضاهایی که قطار s ام می تواند حمل کند.
N_k	مجموعه ایستگاههای مبدا، مقصد و بین راهی برای تقاضای k ام
f_s	هزینه ثابت تشکیل قطار s ام
c_s^k	هزینه متغیر حمل مجموع تقاضای k ام روی قطار s ام
b^k	مقدار تقاضای k ام از مبداء O(k) تا مقصد D(k)
u_s	ظرفیت گروه قطار s ام
y_s	متغیر صفر و یک، 1: اگر قطار s ام تشکیل شود، 0: در غیر اینصورت
x_s^k	متغیر صفر و یک، 1: اگر تقاضای k ام بوسیله قطار s ام حمل شود، 0: در غیر اینصورت

مدل ریاضی

$$MinZ = \sum_{s \in S} f_s y_s + \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} c_s^k x_s^k$$

$$s.t:$$

$$\sum_{s \in S / O(s) = O(k)} x_s^k = 1, \forall k \in K$$

$$\sum_{s \in S / D(s) = n} x_s^k - \sum_{s \in S / O(s) = n} x_s^k = 0, \forall k \in K, n \in N_k / n\#O(k) \,\&\, n\#D(k)$$

$$\sum_{s \in S / D(s) = D(k)} x_s^k = 1, \forall k \in K$$

$$\sum_{k \in K_s} b^k . x_s^k \le u_s, \forall s \in S$$

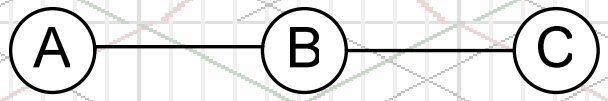
$$x_s^k - y_s \le 0, \forall s \in S, k \in K_s$$

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_s^k \in \{0,1\}, s \in S, k \in K$$

مثال

مثال: شبکه ای با ۳ ایستگاه و جدول تقاضای زیر وجود دارد:



تقاضا (k)	مبدأ	مقصد	تعداد واگنها
1	A	B	100
2	A	C	95
3	B	C	90

- هزینه ثابت تشکیل یک قطار بین ایستگاهها: (شامل هزینه نیروی انسانی و هزینه لکوموتیو)

قطار	هزینه ثابت یک قطار
A-B	150
B-C	150
A-C	300

مثال

- ظرفیت هر قطار: ۵۰ واگن
- هزینه واگن-ساعت: 3 واحد پولی
- هزینه عملیات مانور برای هر واگن: 2.5 واحد پولی
- زمان توقف واگنها در ایستگاه مبدأ، اگر با یک قطار در روز حمل شوند ۱۲ ساعت، اگر با دو قطار حمل شوند ۶ ساعت و ...
- زمان عملیات مانور در ایستگاه B: ۴ ساعت
- زمانهای سیر بین ایستگاه ها:

مسیر	A-B	B-C
زمانهای سیر (ساعت)	3	3

مطلوبست تعیین برنامه ریزی بهینه تشکیل قطارها با استفاده از یک مدل ریاضی

مثال

- مسیرهای قطارها و هزینه ثابت آنها: (S)

s	O	D	تعداد	f_s	u_s
1	A	B	2	300	100
2	A	B	4	600	200
3	A	C	2	600	100
4	B	C	2	300	100
5	B	C	4	600	200

مثال

- هزینه متغیر = (هزینه زمان توقف واگن در مبداء + هزینه زمان واگن در سیر قطار + هزینه توقف واگن برای عملیات مانور در ایستگاه بعدی (در صورتیکه ایستگاه بعدی بین راهی باشد) + هزینه عملیات مانور در ایستگاه بعدی (در صورتیکه ایستگاه بعدی بین راهی باشد)) X تعداد واگن

$$c_s^k$$

تقاضا (k)	قطار (s)	زمان توقف واگنها در مبدأ	زمان سیر واگنها	زمان عملیات مانور در ایستگاه بین راهی	مجموع زمان تاخیر	مجموع هزینه زمان تاخیر	هزینه مانور در ایستگاه بین راهی	هزینه واحد	تعداد واگن تقاضا	مجموع هزینه متغیر c_s^k
1	1	6	3	-	9	27	-	27	100	2700
1	2	3	3	-	6	18	-	18	100	1800
2	2	3	3	4	10	30	2.5	32.5	95	3087.5
2	3	6	6	-	12	36		36	95	3420
2	5	3	3	-	6	18	-	18	95	1710
3	4	6	3	-	9	27	-	27	90	2430
3	5	3	3	-	6	18	-	18	90	1620

مثال

- تابع هدف:

$$MinZ = 300y_1 + 600y_2 + 600y_3 + 300y_4 + 600y_5$$
$$+ 2700x_1^1 + 1800x_2^1 + 3087.5x_2^2 + 3420x_3^2 + 1710x_5^2$$
$$+ 2430x_4^3 + 1620x_5^3$$

مثال

- محدودیت گروه اول: خروج واگن از مبداء:

$$s.t:$$

$$x_1^1 + x_2^1 = 1$$

$$x_2^2 + x_3^2 = 1$$

$$x_4^3 + x_5^3 = 1$$

- محدودیت گروه دوم: ورود و خروج واگن از ایستگاههای بین راهی:

$$x_2^2 - x_5^2 = 0$$

مثال

- محدودیت گروه سوم: ورود به ایستگاه مقصد:

$$x_1^1 + x_2^1 = 1$$

$$x_3^2 + x_5^2 = 1$$

$$x_4^3 + x_5^3 = 1$$

مثال

- محدودیت گروه چهارم: ظرفیت قطارها

$$100x_1^1 \le 100$$

$$100x_2^1 + 95x_2^2 \le 200$$

$$95x_3^2 \le 100$$

$$90x_4^3 \le 100$$

$$95x_5^2 + 90x_5^3 \le 200$$

مثال

- محدودیت گروه پنجم: تشکیل قطارهای مستقیمی که واگنی به آنها اختصاص داده شده است:

$$x_1^1 - y_1 \le 0$$
$$x_2^1 - y_2 \le 0$$
$$x_2^2 - y_2 \le 0$$
$$x_3^2 - y_3 \le 0$$
$$x_5^2 - y_5 \le 0$$
$$x_4^3 - y_4 \le 0$$
$$x_5^3 - y_5 \le 0$$

مثال

- محدودیت گروه ششم و هفتم: مقادیر صفر و یک برای متغیرهای تصمیم:

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_s^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, k \in K$$

$$S = \{1,2,3,4,5\}$$

$$K = \{1,2,3\}$$

بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل دوم)