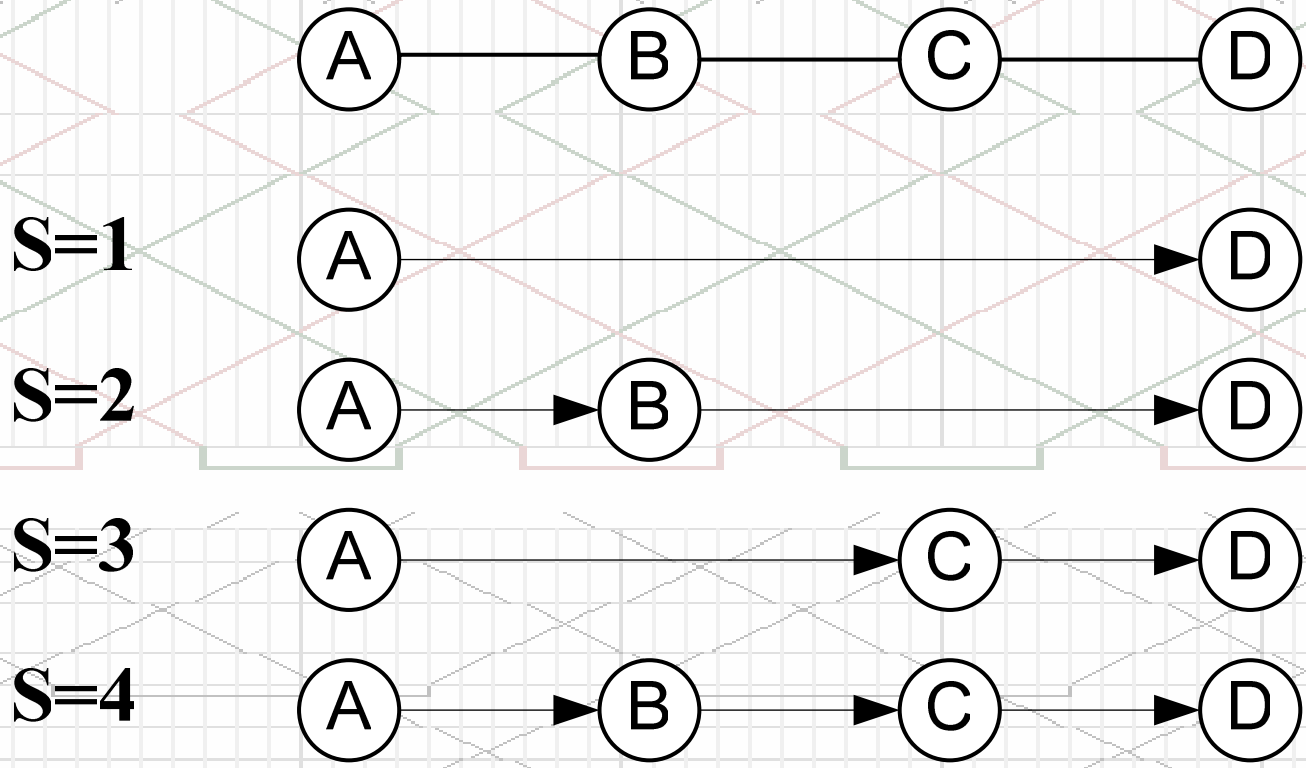
بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل سوم)

مدرس: دکتر مسعود یقینی

مثال

- در مدل قبل فرض شده که قطار ما یک مبدأ و مقصد مشخص دارند و توقف برای انفصال واگنها و اتصال واگنها ندارند. در مدل جدید این موضوع نیز اضافه می گردد:



حروف اختصاری مدل

اندیسها:	
k	اندیس تقاضا از مبداء $O(k)$ تا مقصد $D(k)$
s	اندیس گروه قطارها از مبداء $O(s)$ تا مقصد $D(s)$
l	اندیس آرک یک قطار از مبداء $O(l)$ تا مقصد $D(l)$
n	اندیس ایستگاهها
مجموعه ها:	
K	مجموعه تقاضاها
N	مجموعه ایستگاهها
S	مجموعه گروه های قطارها
L_s	آرکهای قطار s ام.
LO_n^k	آرکهای خروجی از ایستگاه n ام که می توانند حامل تقاضای k ام باشند.
LI_n^k	آرکهای ورودی به ایستگاه n ام که می توانند حامل تقاضای k ام باشند.
K_s^l	مجموعه تقاضاهایی که قطار s ام می تواند روی آرک l ام خود حمل کند.
N_k	مجموعه ایستگاههای مبدا، مقصد و بین راهی برای تقاضای k ام

حروف اختصاری مدل

پارامترها:	
f_s	هزینه ثابت تشکیل قطار s ام
$c_{s,l}^k$	هزینه متغییر حمل تقاضای k ام بر روی آرک l ام از قطار s ام.
b^k	مقدار تقاضای k ام از مبداء O(k) تا مقصد D(k)
u_s	ظرفیت گروه قطار s ام
متغیر های تصمیم:	
y_s	متغیر صفر و یک، 1: اگر قطار s ام تشکیل شود، 0: در غیر اینصورت
$x_{s,l}^k$	یک متغیر صفر و یک، 1: اگر واگنهای تقاضای k ام بر روی آرک l ام قطار s ام حمل شود، 0: در غیر اینصورت

مدل ریاضی

$$MinZ = \sum_{s \in S} f_s y_s + \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{l \in L_s} c_{s,l}^k x_{s,l}^k$$

$$s.t:$$

$$\sum_{s \in S / l \in LO_n^k / n = O(k)} x_{s,l}^k = 1, \forall k \in K$$

$$\sum_{s \in S / l \in LI_n^k / D(l) = n} x_{s,l}^k - \sum_{s \in S / l \in LO_n^k / O(l) = n} x_{s,l}^k = 0, \forall k \in K, n \in N_k / n \# O(k) \,\&\, n \# D(k)$$

$$\sum_{s \in S / l \in LI_n^k / n = D(k)} x_{s,l}^k = 1, \forall k \in K$$

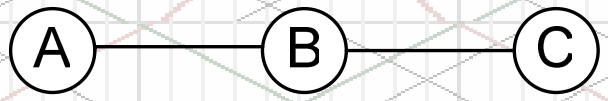
$$\sum_{k \in K_s^l} b^k . x_{s,l}^k \le u_s . y_s, \forall s \in S, l \in L_s$$

$$x_{s,l}^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, l \in L_s, k \in K$$

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

مثال

مثال: شبکه ای با ۳ ایستگاه و جدول تقاضای زیر وجود دارد:



تقاضا (k)	مبدأ	مقصد	تعداد واگنها
1	A	B	100
2	A	C	95
3	B	C	90

- هزینه ثابت تشکیل یک قطار بین ایستگاهها: (شامل هزینه نیروی انسانی و هزینه لکوموتیو)

قطار	هزینه ثابت یک قطار
A-B	150
B-C	150
A-C	300
A-B-C	350

مثال

- ظرفیت هر قطار: ۵۰ واگن
- هزینه واگن-ساعت: 3 واحد پولی
- هزینه عملیات مانور برای هر واگن: 2.5 واحد پولی
- زمان توقف واگنها در ایستگاه مبدأ، اگر با یک قطار در روز حمل شوند ۱۲ ساعت، اگر با در قطار حمل شوند ۶ ساعت و ...
- زمان عملیان مانور در ایستگاه B: ۴ ساعت
- زمانهای سیر قطارها یکسان است.
- مطلوبست تعیین برنامه ریزی تشکیل قطارها با استفاده از یک مدل ریاضی.

مثال

- مسیرهای قطارها و هزینه ثابت آنها: (S)

s	O-D	تعداد	f_s	u_s
1	A-B	2	300	100
2	A-B	4	600	200
3	A-C	2	600	100
4	A-B-C	4	1400	200
5	B-C	2	300	100
6	B-C	4	600	200

مثال

- هزینه متغیر = (حمل تقاضای k ام بر روی آرک l ام از قطار s ام)
- هزینه زمان توقف واگن در مبداء آرک l ام (زمانی که مبدا آرک با مبدا قطار یکی باشد)
- + هزینه زمان واگن در سیر قطار (در صورتیکه دارای قطارهای با سرعتهای متفاوت باشیم)
- + هزینه توقف واگن برای عملیات مانور در ایستگاه بعدی (برای واگنهایی که در ایستگاه بعدی از قطار جدا شده و به قطار دیگری برای ادامه مسیر متصل می شوند)
- + هزینه توقف واگنها در ایستگاههای بین راهی برای عملیات مانور بر روی سایر واگنها (در صورتیکه قطار در ایستگاه بین راهی توقف داشته باشد ولی بر روی این واگنها عملیات مانور انجام نمی شود)
- + هزینه عملیات مانور در ایستگاه بعدی (برای واگنهایی که در ایستگاه بعدی از قطار جدا شده و به قطار دیگری برای ادامه مسیر متصل می شوند)
- X تعداد واگن

مثال

$$c_{s,l}^{k}$$

جدول هزینه متغیر

تقاضا (k)	قطار (s)	آرک (l)	زمان توقف واگنها در مبدأ آرک	زمان توقف در ایستگاه میانی	مجموع واگن- ساعت	مجموع هزینه واگن- ساعت	هزینه مانور در ایستگاه میانی	هزینه واحد	تعداد واگن تقاضا	$c_{s,l}^{k}$ هزینه متغیر
1	1	1	6	-	6	18	-	18	100	1800
1	2	1	3	-	3	9	-	9	100	900
1	4	1	3	-	3	9	-	9	100	900
2	2	1	3	4	7	21	2.5	23.5	95	2232.5
2	3	1	6	-	6	18	-	18	95	1710
2	4	1	3	4	7	21	-	21	95	1995
2	4	2	-	-	-	-	-	0	95	0
2	6	1	3	-	3	9	-	9	95	855
3	4	2	3	-	3	9	-	9	90	810
3	5	1	6	-	6	18	-	18	90	1620
3	6	1	3	-	3	9	-	9	90	810

مثال

- **تابع هدف:**

$$MinZ = 300y_1 + 600y_2 + 600y_3 + 1400y_4 + 300y_5 + 600y_6 +$$
$$+1800x^1_{1,1} + 900x^1_{2,1} + 900x^1_{4,1}$$
$$+3087.5x^2_{1,1} + 2232.5.5x^2_{2,1} + 1710x^2_{3,1} + 1995x^2_{4,1} + 855x^2_{6,1}$$
$$+810x^3_{4,2} + 1620x^3_{5,1} + 810x^3_{6,1}$$

مثال

- محدودیت گروه اول: خروج واگن از مبداء:

$$s.t:$$

$$x_{1,1}^{1} + x_{2,1}^{1} + x_{4,1}^{1} = 1$$

$$x_{2,1}^{2} + x_{3,1}^{2} + x_{4,1}^{2} = 1$$

$$x_{4,2}^{3} + x_{5,1}^{3} + x_{6,1}^{3} = 1$$

- محدودیت گروه دوم: ورود و خروج واگن از ایستگاههای بین راهی:

$$x_{2,1}^{2} + x_{4,1}^{2} - x_{4,2}^{2} - x_{6,1}^{2} = 0$$

- محدودیت گروه سوم: ورود به ایستگاه مقصد:

$$x_{3,1}^{2} + x_{4,2}^{2} + x_{6,1}^{2} = 1$$

مثال

- محدودیت گروه چهارم: ظرفیت قطارها

$$(s=1,l=1)100x_{1,1}^{1} \le 100y_1$$

$$(s=2,l=1)100x_{2,1}^{1}+95x_{2,1}^{2} \le 200y_2$$

$$(s=3,l=1)95x_{3,1}^{2} \le 100y_3$$

$$(s=4,l=1)100x_{4,1}^{1}+95x_{4,1}^{2} \le 200y_4$$

$$(s=4,l=2)90x_{4,2}^{2}+95x_{4,2}^{3} \le 200y_4$$

$$(s=5,l=1)90x_{5,1}^{3} \le 100y_5$$

$$(s=6,l=1)95x_{6,1}^{2}+90x_{6,1}^{3} \le 200y_6$$

مثال

- محدودیت گروه پنجم و ششم: مقادیر صفر و یک برای متغیرهای تصمیم:

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_{s,l}^{k} \in \{0,1\}, \forall s \in S, l \in L_s, k \in K$$

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$L_1 = \{1\}, L_2 = \{1\}, L_3 = \{1\}, L_4 = \{1,2\}, L_5 = \{1\}, L_6 = \{1\}$$

$$K = \{1,2,3\}$$

بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل سوم)