

بسم الله الرحمن الرحيم

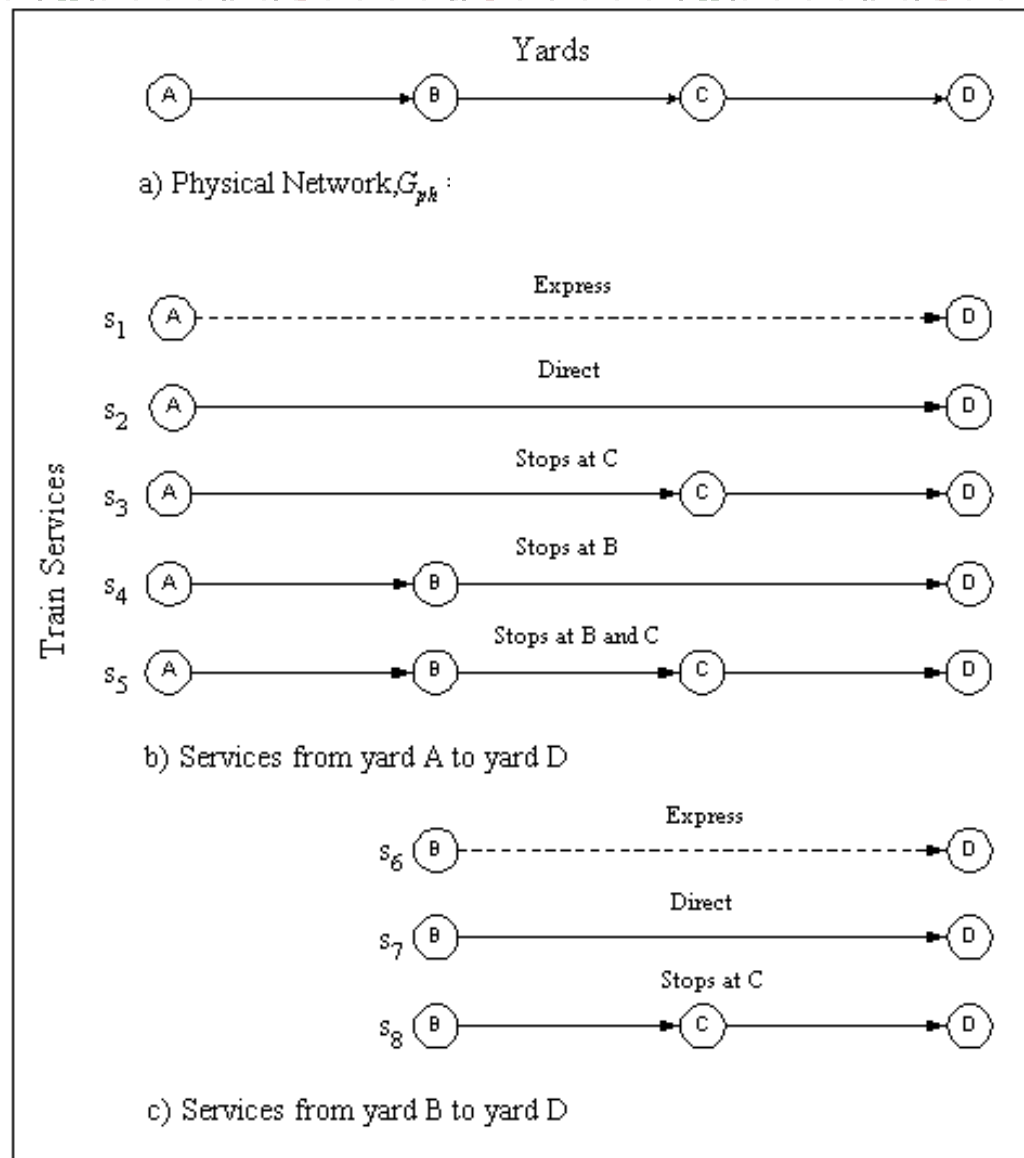
## برنامه ریزی حمل و نقل ریلی

فصل ۱۲: مدل بهینه سازی برنامه ریزی  
تشکیل قطارها  
(مدل دوم: با تغییر آرایش قطارها)

مدرس: دکتر مسعود یقینی

پائیز ۱۳۸۷

# مدل دوم: با تغییر آرایش قطارها



Physical Network and Some Train Services on Static Service Network

# حروف اختصاری مدل

اندیسها:	
$k$	اندیس بلاک از مبداء $O(k)$ تا مقصد $D(k)$
$s$	اندیس گروه قطارها از مبداء $O(s)$ تا مقصد $D(s)$
$l$	اندیس آرک یک قطار از مبداء $O(l)$ تا مقصد $D(l)$
$n$	اندیس ایستگاهها
مجموعه ها:	
$K$	مجموعه بلاکها
$N$	مجموعه ایستگاهها
$S$	مجموعه گروه های قطارها
$L_s$	آرکهای قطار $s$ ام.
$LO_n^k$	آرکهای خروجی از ایستگاه $n$ ام که می توانند حامل بلاک $k$ ام باشند.
$LI_n^k$	آرکهای ورودی به ایستگاه $n$ ام که می توانند حامل بلاک $k$ ام باشند.
$K_s^l$	مجموعه بلاکهایی که قطار $s$ ام می تواند روی آرک $l$ ام خود حمل کند.
$N_k$	مجموعه ایستگاههای مبداء، مقصد و بین راهی برای بلاک $k$ ام

# حروف اختصاری مدل

پارامترها:	
$f_s$	هزینه ثابت تشکیل قطار S ام
$c_{s,l}^k$	هزینه متغیر حمل بلاک k ام بر روی آرک l ام از قطار S ام.
$b^k$	مقدار بلاک k ام از مبدا $O(k)$ تا مقصد $D(k)$
$u_s$	ظرفیت گروه قطار S ام
متغیرهای تصمیم:	
$y_s$	متغیر صفر و یک، 1: اگر قطار S ام تشکیل شود، 0: در غیر اینصورت
$x_{s,l}^k$	یک متغیر صفر و یک، 1: اگر واگنهای بلاک k ام بر روی آرک l ام از قطار S ام حمل شود، 0: در غیر اینصورت

# مدل ریاضی

$$\text{Min}Z = \sum_{s \in S} f_s y_s + \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{l \in L_s} c_{s,l}^k x_{s,l}^k$$

s.t :

$$\sum_{s \in S / l \in LO_n^k / n=O(k)} x_{s,l}^k = 1, \forall k \in K$$

$$\sum_{s \in S / l \in LI_n^k / D(l)=n} x_{s,l}^k - \sum_{s \in S / l \in LO_n^k / O(l)=n} x_{s,l}^k = 0, \forall k \in K, n \in N_k / n \neq O(k) \& n \neq D(k)$$

$$\sum_{s \in S / l \in LI_n^k / n=D(k)} x_{s,l}^k = 1, \forall k \in K$$

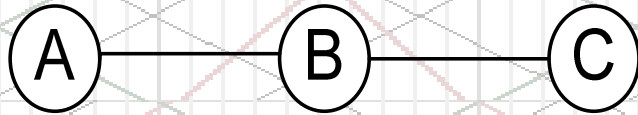
$$\sum_{k \in K_s^l} b^k \cdot x_{s,l}^k \leq u_s \cdot y_s, \forall s \in S, l \in L_s$$

$$x_{s,l}^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, l \in L_s, k \in K$$

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

# مثال

مثال: شبکه ای با ۳ ایستگاه و جدول بلاک زیر وجود دارد:



تعداد واگنها	مقصد	مبدأ	بلاک (k)
100	B	A	1
95	C	A	2
90	C	B	3

● هزینه ثابت تشکیل یک قطار بین ایستگاهها: (شامل هزینه نیروی انسانی و هزینه لکوموتیو)

قطار	هزینه ثابت یک قطار
A-B	150
B-C	150
A-C	300
A-B-C	350

# مثال

- ظرفیت هر قطار: ۵۰ واگن
- هزینه واگن-ساعت: 3 واحد پولی
- هزینه عملیات مانور برای هر واگن: 2.5 واحد پولی
- زمان توقف واگنها در ایستگاه مبدأ، اگر با یک قطار در روز حمل شوند ۱۲ ساعت، اگر با دو قطار حمل شوند ۶ ساعت و ...
- زمان عملیات مانور در ایستگاه B: ۴ ساعت
- زمانهای سیر قطارها یکسان است.

# مثال

مسیرهای قطارها و هزینه ثابت آنها: ( $S$ )

$s$	O-D	تعداد	$f_s$	$u_s$
1	A-B	2	300	100
2	A-B	4	600	200
3	A-C	2	600	100
4	A-B-C	4	1400	200
5	B-C	2	300	100
6	B-C	4	600	200



# مثال

- هزینه متغیر = (حمل بلاک  $k$  ام بر روی آرک  $a$  ام از قطار  $s$  ام)
- هزینه زمان توقف واگن در مبدأ آرک  $a$  ام (زمانی که مبدأ آرک با مبدأ قطار یکی باشد)
- + هزینه زمان واگن در سیر قطار (در صورتیکه دارای قطارهای با سرعتهای متفاوت باشیم)
- + هزینه توقف واگن برای عملیات مانور در ایستگاه بعدی (برای واگنهای بلاکهای که در ایستگاه بعدی از قطار جدا شده و به قطار دیگری برای ادامه مسیر متصل می شوند)
- + هزینه توقف واگن در ایستگاههای بین راهی برای عملیات مانور بر روی سایر واگنها (در صورتیکه قطار در ایستگاه بین راهی توقف داشته باشد ولی بر روی این واگنها عملیات مانور انجام نمی شود)
- + هزینه عملیات مانور در ایستگاه بعدی (برای واگنهای بلاکهای که در ایستگاه بعدی از قطار جدا شده و به قطار دیگری برای ادامه مسیر متصل می شوند)
- $X$  تعداد واگن

# مثال

$$C_{s,l}^k$$

جدول هزینه متغیر

بلاک (k)	قطار (s)	آرک (l)	زمان توقف واگنها در مبدأ آرک	زمان توقف در ایستگاه میانی	مجموع واگن - ساعت	مجموع هزینه واگن - ساعت	هزینه مانور در ایستگاه میانی	هزینه واحد	تعداد واگن بلاک	$C_{s,l}^k$ هزینه متغیر
1	1	1	6	-	6	18	-	18	100	1800
1	2	1	3	-	3	9	-	9	100	900
1	4	1	3	-	3	9	-	9	100	900
2	2	1	3	4	7	21	2.5	23.5	95	2232.5
2	3	1	6	-	6	18	-	18	95	1710
2	4	1	3	4	7	21	-	21	95	1995
2	4	2	-	-	-	-	-	0	95	0
2	6	1	3	-	3	9	-	9	95	855
3	4	2	3	-	3	9	-	9	90	810
3	5	1	6	-	6	18	-	18	90	1620
3	6	1	3	-	3	9	-	9	90	810

# مثال

تابع هدف:

$$\begin{aligned} \text{Min} Z = & 300y_1 + 600y_2 + 600y_3 + 1400y_4 + 300y_5 + 600y_6 + \\ & + 1800x_{1,1}^1 + 900x_{2,1}^1 + 900x_{4,1}^1 \\ & + 3087.5x_{1,1}^2 + 2232.5x_{2,1}^2 + 1710x_{3,1}^2 + 1995x_{4,1}^2 + 855x_{6,1}^2 \\ & + 810x_{4,2}^3 + 1620x_{5,1}^3 + 810x_{6,1}^3 \end{aligned}$$

# مثال

● محدودیت خروج واگن از مبدا:

$s.t :$

$$x_{1,1}^1 + x_{2,1}^1 + x_{4,1}^1 = 1$$

$$x_{2,1}^2 + x_{3,1}^2 + x_{4,1}^2 = 1$$

$$x_{4,2}^3 + x_{5,1}^3 + x_{6,1}^3 = 1$$

● محدودیت ورود و خروج واگن از ایستگاههای بین راهی:

$$x_{2,1}^2 + x_{4,1}^2 - x_{4,2}^2 - x_{6,1}^2 = 0$$

● محدودیت ورود به ایستگاه مقصد:

$$x_{3,1}^2 + x_{4,2}^2 + x_{6,1}^2 = 1$$

# مثال

محدودیت ظرفیت قطارها

$$(s = 1, l = 1) 100x_{1,1}^1 \leq 100y_1$$

$$(s = 2, l = 1) 100x_{2,1}^1 + 95x_{2,1}^2 \leq 200y_2$$

$$(s = 3, l = 1) 95x_{3,1}^2 \leq 100y_3$$

$$(s = 4, l = 1) 100x_{4,1}^1 + 95x_{4,1}^2 \leq 200y_4$$

$$(s = 4, l = 2) 90x_{4,2}^2 + 95x_{4,2}^3 \leq 200y_4$$

$$(s = 5, l = 1) 90x_{5,1}^3 \leq 100y_5$$

$$(s = 6, l = 1) 95x_{6,1}^2 + 90x_{6,1}^3 \leq 200y_6$$

# مثال

محدودیت مقادیر صفر و یک برای متغیرهای تصمیم:

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_{s,l}^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, l \in L_s, k \in K$$

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$L_1 = \{1\}, L_2 = \{1\}, L_3 = \{1\}, L_4 = \{1,2\}, L_5 = \{1\}, L_6 = \{1\}$$

$$K = \{1,2,3\}$$

پایان