بسم الله الرحمن الرحیم

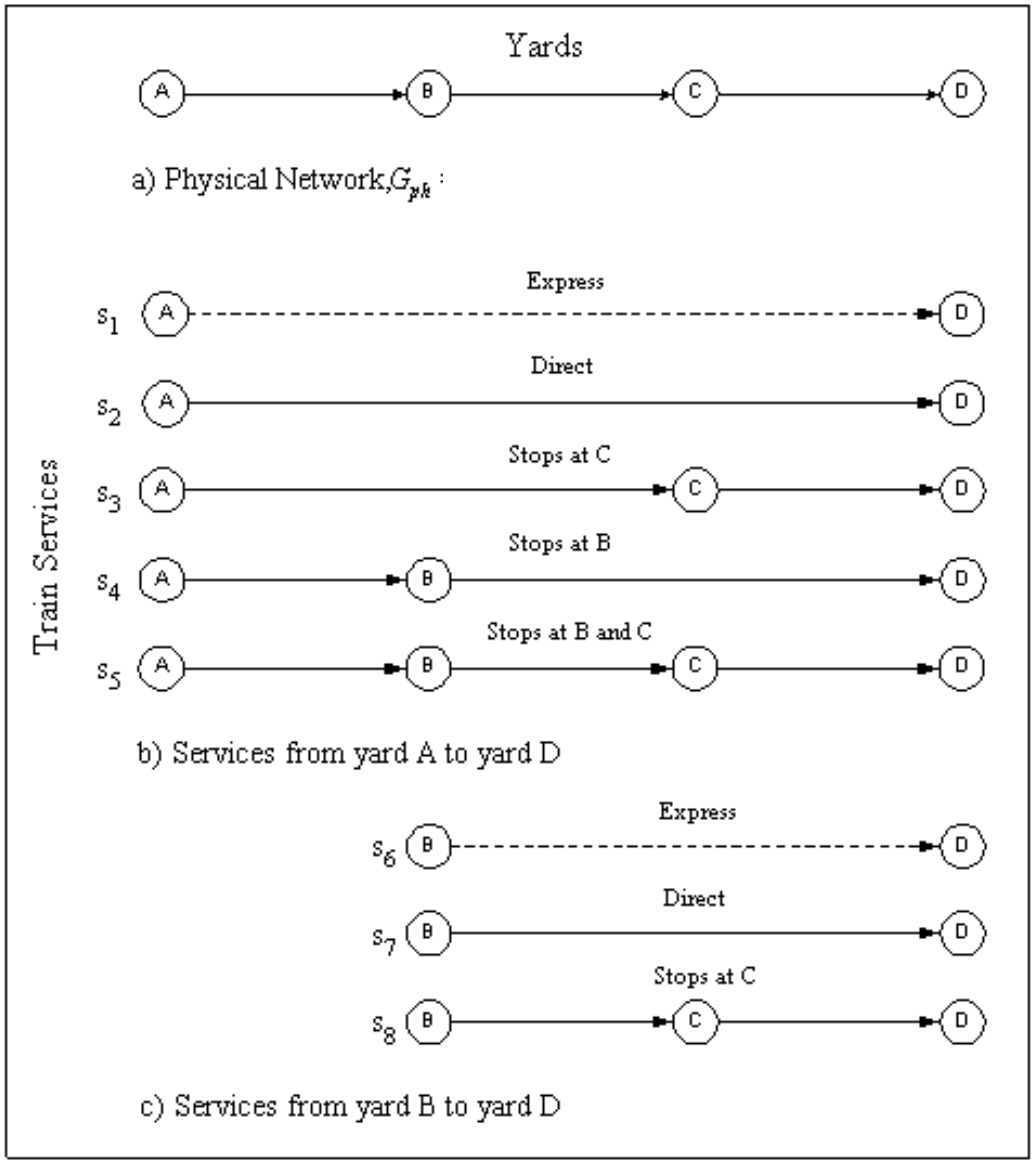
برنامه ریزی حرکت قطارها

فصل ۱۲: مدل بهینه سازی برنامه ریزی تشکیل قطارها
(مدل دوم: با تغییر آرایش قطارها)

مدرس: دکتر مسعود یقینی

پائیز ۱۳۸۹

مدل دوم: با تغییر آرایش قطارها



Physical Network and Some Train Services on Static Service Network

حروف اختصاری مدل

اندیسها:	
k	اندیس بلاک از مبداء $O(k)$ تا مقصد $D(k)$
s	اندیس گروه قطارها از مبداء $O(s)$ تا مقصد $D(s)$
l	اندیس آرک یک قطار از مبداء $O(l)$ تا مقصد $D(l)$
n	اندیس ایستگاهها
مجموعه ها:	
K	مجموعه بلاکها
N	مجموعه ایستگاهها
S	مجموعه گروه های قطارها
L_s	آرکهای قطار s ام.
LO_n^k	آرکهای خروجی از ایستگاه n ام که می توانند حامل بلاک k ام باشند.
LI_n^k	آرکهای ورودی به ایستگاه n ام که می توانند حامل بلاک k ام باشند.
K_s^l	مجموعه بلاکهایی که قطار s ام می تواند روی آرک l ام خود حمل کند.
N_k	مجموعه ایستگاههای مبدا، مقصد و بین راهی برای بلاک k ام

حروف اختصاری مدل

پارامترها:	
f_s	هزینه ثابت تشکیل قطار s ام
$c_{s,l}^k$	هزینه متغیر حمل بلاک k ام بر روی آرک l ام از قطار s ام.
b^k	مقدار بلاک k ام از مبداء O(k) تا مقصد D(k)
u_s	ظرفیت گروه قطار s ام
متغیر های تصمیم:	
y_s	متغیر صفر و یک، 1: اگر قطار s ام تشکیل شود، 0: در غیر اینصورت
$x_{s,l}^k$	یک متغیر صفر و یک، 1: اگر واگنهای بلاک k ام بر روی آرک l ام از قطار s ام حمل شود، 0: در غیر اینصورت

مدل ریاضی

$$MinZ = \sum_{s \in S} f_s y_s + \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{l \in L_s} c_{s,l}^k x_{s,l}^k$$

$$s.t:$$

$$\sum_{s \in S / l \in LO_n^k / n = O(k)} x_{s,l}^k = 1, \forall k \in K$$

$$\sum_{s \in S / l \in LI_n^k / D(l) = n} x_{s,l}^k - \sum_{s \in S / l \in LO_n^k / O(l) = n} x_{s,l}^k = 0, \forall k \in K, n \in N_k / n \# O(k) \,\&\, n \# D(k)$$

$$\sum_{s \in S / l \in LI_n^k / n = D(k)} x_{s,l}^k = 1, \forall k \in K$$

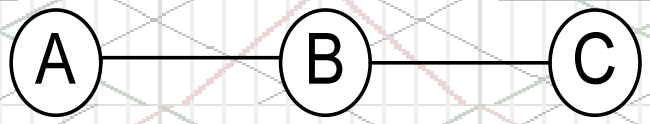
$$\sum_{k \in K_s^l} b^k . x_{s,l}^k \le u_s . y_s, \forall s \in S, l \in L_s$$

$$x_{s,l}^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, l \in L_s, k \in K$$

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

مثال

مثال: شبکه ای با ۳ ایستگاه و جدول بلاک زیر وجود دارد:



بلاک (k)	مبدأ	مقصد	تعداد واگنها
1	A	B	100
2	A	C	95
3	B	C	90

- هزینه ثابت تشکیل یک قطار بین ایستگاهها: (شامل هزینه نیروی انسانی و هزینه لکوموتیو)

قطار	هزینه ثابت یک قطار
A-B	150
B-C	150
A-C	300
A-B-C	350

مثال

- ظرفیت هر قطار: ۵۰ واگن
- هزینه واگن-ساعت: 3 واحد پولی
- هزینه عملیات مانور برای هر واگن: 2.5 واحد پولی
- زمان توقف واگنها در ایستگاه مبدأ، اگر با یک قطار در روز حمل شوند ۱۲ ساعت، اگر با دو قطار حمل شوند ۶ ساعت و ...
- زمان عملیان مانور در ایستگاه B: ۴ ساعت
- زمانهای سیر قطارها یکسان است.

مثال

- مسیرهای قطارها و هزینه ثابت آنها: (S)

s	O-D	تعداد	f_s	u_s
1	A-B	2	300	100
2	A-B	4	600	200
3	A-C	2	600	100
4	A-B-C	4	1400	200
5	B-C	2	300	100
6	B-C	4	600	200

مثال

- هزینه متغیر = (حمل بلاک k ام بر روی آرک l ام از قطار s ام)
- هزینه زمان توقف واگن در مبداء آرک l ام (زمانی که مبدا آرک با مبدا قطار یکی باشد)
- + هزینه زمان واگن در سیر قطار (در صورتیکه دارای قطارهای با سرعتهای متفاوت باشیم)
- + هزینه توقف واگن برای عملیات مانور در ایستگاه بعدی (برای واگنهای بلاکهایی که در ایستگاه بعدی از قطار جدا شده و به قطار دیگری برای ادامه مسیر متصل می شوند)
- + هزینه توقف واگنها در ایستگاههای بین راهی برای عملیات مانور بر روی سایر واگنها (در صورتیکه قطار در ایستگاه بین راهی توقف داشته باشد ولی بر روی این واگنها عملیات مانور انجام نمی شود)
- + هزینه عملیات مانور در ایستگاه بعدی (برای واگنهای بلاکهایی که در ایستگاه بعدی از قطار جدا شده و به قطار دیگری برای ادامه مسیر متصل می شوند)
- X تعداد واگن

مثال

$$c_{s,l}^{k}$$

جدول هزینه متغیر

بلاک (k)	قطار (s)	آرک (l)	زمان توقف واگنها در مبدأ آرک	زمان توقف در ایستگاه میانی	مجموع واگن- ساعت	مجموع هزینه واگن- ساعت	هزینه مانور در ایستگاه میانی	هزینه واحد	تعداد واگن بلاک	$c_{s,l}^{k}$ هزینه متغیر
1	1	1	6	-	6	18	-	18	100	1800
1	2	1	3	-	3	9	-	9	100	900
1	4	1	3	-	3	9	-	9	100	900
2	2	1	3	4	7	21	2.5	23.5	95	2232.5
2	3	1	6	-	6	18	-	18	95	1710
2	4	1	3	4	7	21	-	21	95	1995
2	4	2	-	-	-	-	-	0	95	0
2	6	1	3	-	3	9	-	9	95	855
3	4	2	3	-	3	9	-	9	90	810
3	5	1	6	-	6	18	-	18	90	1620
3	6	1	3	-	3	9	-	9	90	810

مثال

- تابع هدف:

$$MinZ = 300y_1 + 600y_2 + 600y_3 + 1400y_4 + 300y_5 + 600y_6 +$$
$$+1800x^1_{1,1} + 900x^1_{2,1} + 900x^1_{4,1}$$
$$+3087.5x^2_{1,1} + 2232.5.5x^2_{2,1} + 1710x^2_{3,1} + 1995x^2_{4,1} + 855x^2_{6,1}$$
$$+810x^3_{4,2} + 1620x^3_{5,1} + 810x^3_{6,1}$$

مثال

- محدودیت خروج واگن از مبداء:

$$s.t:$$

$$x_{1,1}^{1} + x_{2,1}^{1} + x_{4,1}^{1} = 1$$

$$x_{2,1}^{2} + x_{3,1}^{2} + x_{4,1}^{2} = 1$$

$$x_{4,2}^{3} + x_{5,1}^{3} + x_{6,1}^{3} = 1$$

- محدودیت ورود و خروج واگن از ایستگاههای بین راهی:

$$x_{2,1}^{2} + x_{4,1}^{2} - x_{4,2}^{2} - x_{6,1}^{2} = 0$$

- محدودیت ورود به ایستگاه مقصد:

$$x_{3,1}^{2} + x_{4,2}^{2} + x_{6,1}^{2} = 1$$

مثال

- محدودیت ظرفیت قطارها

$$(s=1,l=1)100x_{1,1}^{1} \le 100y_1$$

$$(s=2,l=1)100x_{2,1}^{1} + 95x_{2,1}^{2} \le 200y_2$$

$$(s=3,l=1)95x_{3,1}^{2} \le 100y_3$$

$$(s=4,l=1)100x_{4,1}^{1} + 95x_{4,1}^{2} \le 200y_4$$

$$(s=4,l=2)90x_{4,2}^{2} + 95x_{4,2}^{3} \le 200y_4$$

$$(s=5,l=1)90x_{5,1}^{3} \le 100y_5$$

$$(s=6,l=1)95x_{6,1}^{2} + 90x_{6,1}^{3} \le 200y_6$$

مثال

- محدودیت مقادیر صفر و یک برای متغیرهای تصمیم:

$$y_s \in \{0,1\}, \forall s \in S$$

$$x_{s,l}^k \in \{0,1\}, \forall s \in S, l \in L_s, k \in K$$

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$L_1 = \{1\}, L_2 = \{1\}, L_3 = \{1\}, L_4 = \{1,2\}, L_5 = \{1\}, L_6 = \{1\}$$

$$K = \{1,2,3\}$$

پایان