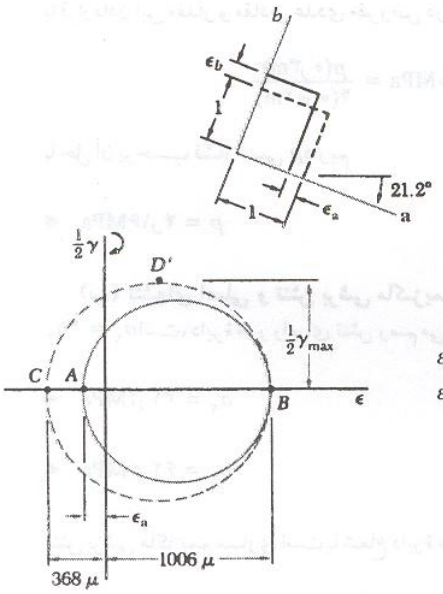
رسم می‌کنیم.



$$\varepsilon_{ave} = \frac{۱}{۲}(۸۶۰\mu + ۴۰\mu) = ۴۵۰\mu$$

$$R = \sqrt{(۳۷۵\mu)^۲ + (۴۱۰\mu)^۲} = ۵۵۶\mu$$

$$\tan ۲\theta_p = \frac{۳۷۵\mu}{۴۱۰\mu} \qquad ۲\theta_p = ۴۲٫۴^\circ \qquad \theta_p = ۲۱٫۲^\circ$$

نقاط A و B متناظرند با کرنشهای اصلی. داریم

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ave} - R = ۴۵۰\mu - ۵۵۶\mu \qquad \varepsilon_a = -۱۰۶\mu \quad ◄$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{ave} + R = ۴۵۰\mu + ۵۵۶\mu \qquad \varepsilon_b = +۱۰۰۶\mu \quad ◄$$

چون σ_z روی سطح صفر است، می‌توان از معادلهٔ (۵۹.۶) برای تعیین کرنش اصلی ε_c استفاده کرد.

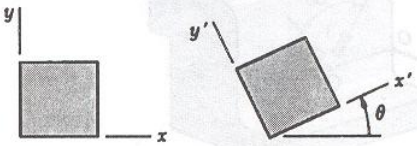
$$\varepsilon_c = -\frac{\nu}{۱-\nu}(\varepsilon_a + \varepsilon_b) = -\frac{۰٫۲۹}{۱-۰٫۲۹}(-۱۰۶\mu + ۱۰۰۶\mu) \qquad \varepsilon_c = -۳۶۸\mu \quad ◄$$

(ج) کرنش برشی ماکزیمم. با رسم نقطهٔ C و رسم دایرهٔ مور مار بر نقطهٔ B و C، نقطهٔ D به‌دست می‌آید.

$$\frac{۱}{۲}\gamma_{max} = \frac{۱}{۲}(۱۰۰۶\mu + ۳۶۸\mu) \qquad \gamma_{max} = ۱۳۷٫۴\mu \quad ◄$$

مسئله‌ها

۱۱۶.۶ تا ۱۱۹.۶ برای حالت کرنش صفحه‌ای مفروض بااستفاده از روش بخش ۱۰.۶، حالت کرنش مربوط به محورهای چرخیدهٔ x' و y' به‌اندازهٔ زاویهٔ مفروض θ را معین کنید.



شکل م ۱۱۶.۶ تا م ۱۲۳.۶

	ε_x	ε_y	γ_{xy}	θ
۱۱۶.۶ و ۱۲۰.۶	$+۵۰۰\mu$	-۳۰۰μ	۰	۲۵°
۱۱۷.۶ و ۱۲۱.۶	$+۳۵۰\mu$	۰	$+۱۲۰\mu$	۱۵°
۱۱۸.۶ و ۱۲۲.۶	-۲۴۰μ	$+۳۲۰\mu$	-۳۳۰μ	۶۵°
۱۱۹.۶ و ۱۲۳.۶	$+۲۴۰\mu$	$+۱۶۰\mu$	$+۱۵۰\mu$	۶۰°

۱۲۰.۶ تا ۱۲۳.۶ برای حالت کرنش صفحه‌ای مفروض، با استفاده از دایرهٔ مور، حالت کرنش مربوط به محورهای چرخیدهٔ x' و y' به‌اندازهٔ زاویهٔ θ را معین کنید.

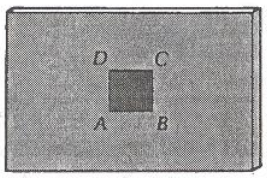
۱۲۴.۶ تا ۱۲۷.۶ برای حالت کرنش صفحه‌ای مفروض، با استفاده از دایرهٔ مور مطلوب است (الف) سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی (ب) کرنش برشی ماکزیمم در صفحه، و (ج) کرنش برشی ماکزیمم.

	ε_x	ε_y	γ_{xy}
۱۲۴.۶	$+۳۲۰\mu$	$+۱۶۰\mu$	$+۳۰۰\mu$
۱۲۵.۶	$+۳۰۰\mu$	$+۶۰\mu$	$+۱۰۰\mu$
۱۲۶.۶	$+۸۰\mu$	$+۳۲۰\mu$	-۷۰μ
۱۲۷.۶	-۱۸۰μ	-۲۶۰μ	$+۳۱۵\mu$

۱۲۸.۶ و ۱۲۹.۶ حالت کرنش زیر در نقطه‌ای روی سطح صفحه‌ای نازک اندازه‌گیری شده است. اگر سطح صفحه در تنش نباشد و نسبت پواسون ۰٫۳۰ فرض شود. مطلوب است (الف) سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی، (ب) کرنش برشی ماکزیمم در صفحه، (ج) کرنش برشی ماکزیمم.

	ε_x	ε_y	γ_{xy}
۱۲۸.۶	$+۴۸\mu$	$+۹۲\mu$	$+۲۴۰\mu$
۱۲۹.۶	-۲۸۰μ	۰	-۱۶۵μ

۱۳۰.۶ مربع $ABCD$ به ضلع ۵۰mm را روی سطح ورقی نازک، در حالی که ورق بدون بار است، حکاکی کرده‌اند. پس از بارگذاری صفحه، طول ضلع AB و AD به‌ترتیب به ۷٫۵μm و ۱۲٫۵μm افزایش می‌یابد. درصورتی‌که زاویهٔ DAB به‌اندازهٔ $۰٫۲۴۰ \times ۱۰^{-۳}$ rad کاهش می‌یابد. اگر نسبت



شکل م ۱۳۰.۶ و م ۱۳۱.۶

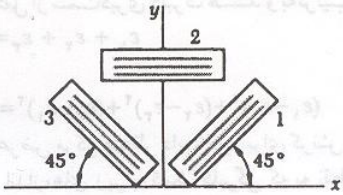
پواسون ۱/۳ باشد، مطلوب است (الف) سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی (ب) کرنش برشی ماکزیمم در صفحه، و (ج) کرنش برشی ماکزیمم.

۱۳۱.۶ مربع $ABCD$ به ضلع ۱۵mm را روی ورقی نازک، در حالی که ورق بدون بار است، حکاکی کرده‌اند. پس از بارگذاری صفحه، طول ضلع AB به‌اندازه $۱۲\mu m$ کاهش یافته و طول AD ثابت و بدون تغییر می‌ماند و زاویه DAB به‌اندازه $۱۸۰ \times ۱۰^{-۳} rad$ افزایش می‌یابد. اگر نسبت پواسون ۱/۳ باشد، مطلوب است (الف) سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی، (ب) کرنش برشی ماکزیمم در صفحه (ج) کرنش برشی ماکزیمم.

۱۳۲.۶ کرنشهای به‌دست آمده بااستفاده از گلبرگی که مطابق شکل روی سطح قطعه‌ای سازه‌ای چسبیده شده، چنین است.

$$\varepsilon_۱ = +۱۱۰\mu \qquad \varepsilon_۲ = +۲۱۲.۵\mu \qquad \varepsilon_۳ = +۲۴۰\mu$$

مطلوب است (الف) سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی در صفحهٔ گلبرگ، (ب) کرنش برشی ماکزیمم در صفحه.

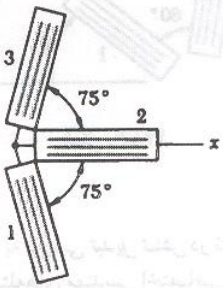


شکل م ۱۳۲.۶

۱۳۳.۶ کرنشهای به‌دست آمده بااستفاده از گلبرگی که مطابق شکل روی سطح قطعه‌ای سازه‌ای چسبیده شده، چنین است.

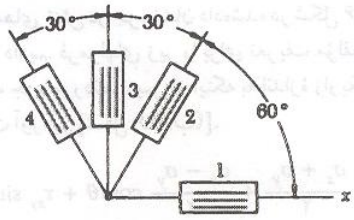
$$\varepsilon_۱ = -۹۳.۱\mu \qquad \varepsilon_۲ = +۳۸۵\mu \qquad \varepsilon_۳ = +۲۱۰\mu$$

مطلوب است (الف) سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی در صفحهٔ گلبرگ، (ب) کرنش برشی ماکزیمم در صفحه.



شکل م ۱۳۳.۶

۱۳۴.۶ مقادیر زیر از گلبرگ کرنش متصل به سطح قطعه‌ای از ماشین



شکل م ۱۳۴.۶ و م ۱۳۵.۶

به‌دست آمده‌است

$$\varepsilon_۱ = -۵۷.۵\mu \qquad \varepsilon_۲ = -۵۷.۵\mu \qquad \varepsilon_۴ = +۲۲۰\mu$$

مطلوب است (الف) اندازه‌ای که کرنش‌سنج ۳ نشان می‌دهد (ب) کرنشهای اصلی و کرنش برشی ماکزیمم در صفحهٔ گلبرگ.

۱۳۵.۶ مقادیر زیر از گلبرگ کرنش متصل به سطح قطعه‌ای از ماشین به‌دست آمده است

$$\varepsilon_۲ = -۹۰\mu \qquad \varepsilon_۳ = -۱۹۰\mu \qquad \varepsilon_۴ = -۲۴۰\mu$$

مطلوب است (الف) خواندهٔ کرنش‌سنج ۱ (ب) کرنشهای اصلی و کرنش برشی ماکزیمم در صفحهٔ گلبرگ.

۱۳۶.۶ تا ۱۳۹.۶ در مسئلهٔ موردنظر با فرض اینکه $\nu = ۰.۳۰$، مطلوب است (الف) سه کرنش اصلی در نقطه‌ای که اندازه‌گیری انجام شده است، (ب) کرنش برشی ماکزیمم در آن نقطه. (**توجه:** یادآوری می‌شود که سطح آزاد قطعهٔ ماشین یا سازه در حالت تنش صفحه‌ای است.)

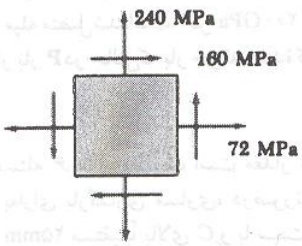
۱۳۶.۶ مسئله ۱۳۲.۶.
۱۳۷.۶ مسئله ۱۳۳.۶.
۱۳۸.۶ مسئله ۱۳۴.۶.
۱۳۹.۶ مسئله ۱۳۵.۶.

۱۴۰.۶ و ۱۴۱.۶ حالت کرنش مفروض بر روی سطح پایهٔ چدنی ماشینی به‌دست آمده است. اگر $E = ۷۰GPa$ و $G = ۲۸GPa$، صفحه‌های اصلی و تنشهای اصلی را تعیین کنید (الف) از طریق تعیین حالت تنش صفحه‌ای متناظر [از معادله‌های (۳۶.۲)، (۴۳.۲) و از دو معادله اول مسئلهٔ ۷۶.۲ استفاده کنید] و با کاربرد دایرهٔ مور برای تنش، (ب) از طریق کاربرد دایرهٔ مور برای کرنش و سپس تعیین سمت‌گیری و مقدار کرنشهای اصلی و تعیین تنشهای متناظر.

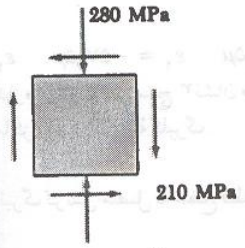
۱۴۰.۶
$$\varepsilon_x = +۲۱۰\mu \qquad \varepsilon_y = +۵۰\mu$$
$$\gamma_{xy} = -۳۰۰\mu$$

۱۴۱.۶
$$\varepsilon_x = -۳۶۰\mu \qquad \varepsilon_y = -۲۰۰\mu$$
$$\gamma_{xy} = +۳۳۰\mu$$

۱۴۲.۶ و ۱۴۳.۶ می‌دانیم که روی سطح قطعهٔ فولادی پراستحکامی حالت تنش صفحه‌ای مفروضی وجود دارد. اگر $E = ۲۰۰GPa$ و $G = ۷۷GPa$، مطلوب است سمت‌گیری و مقدار سه کرنش اصلی (الف) با تعیین حالت کرنش متناظر [از معادله‌های (۴۳.۲) و (۳۸.۲) استفاده کنید] و سپس بااستفاده از دایرهٔ مور برای کرنش، (ب) بااستفاده از دایرهٔ مور برای تنش، تعیین صفحه‌های اصلی و تنشهای اصلی و سپس تعیین کرنشهای متناظر.

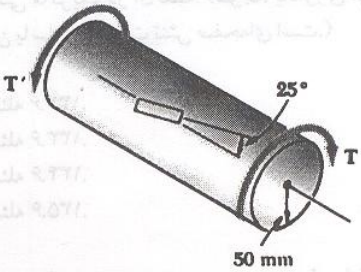


شکل م ۱۴۲.۶



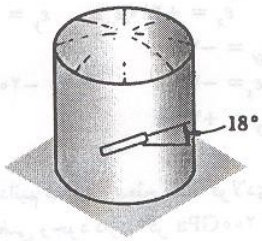
شکل م ۱۴۳.۶

۱۴۴.۶ کرنش‌سنجی بر روی یک میل‌گردان توپر فولادی به‌قطر ۱۰۰mm و با زاویهٔ °۲۵ نسبت به خط موازی با محور میل‌گردان نصب می‌شود. می‌دانیم که $G = ۸۰\text{GPa}$، مطلوب است گشتاور پیچشی T درصورتی که کرنش‌سنج ۳۰۰μ را نشان دهد.



شکل م ۱۴۴.۶

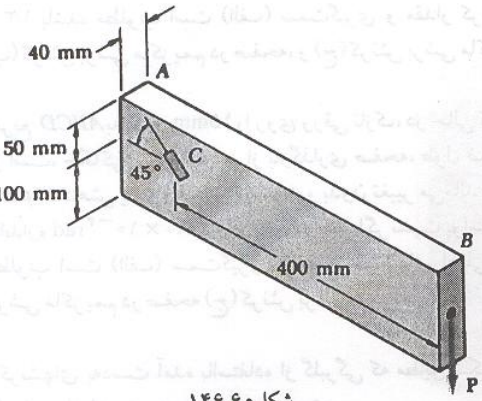
۱۴۵.۶ برای تعیین فشار نسبی درون مخزن فولادی استوانه‌ای نشان داده‌شده باید از کرنش‌سنجی که با صفحهٔ افقی زاویهٔ °۱۸ می‌سازد استفاده شود. ضخامت جدار مخزن ۶mm و قطر داخلی آن ۶۰۰mm است، و از فولادی با $E = ۲۰۰\text{GPa}$ و $\nu = ۰٫۳۰$ ساخته‌شده‌است. فشار داخل مخزن را در حالتی که کرنش‌سنج ۲۸۰μ را نشان دهد، تعیین کنید.



شکل م ۱۴۵.۶

۱۴۶.۶ میلهٔ فولادی یک‌سرگیردار AB با سطح مقطع مستطیلی ۴۰×۱۵۰mm بار P را در انتهای B تحمل می‌کند. کرنش‌سنجی که با افق زاویهٔ °۴۵ می‌سازد، در نقطهٔ C به‌فاصله ۴۰۰mm از انتهای B و ۵۰mm زیر لبهٔ بالایی میله به‌این میله متصل شده‌است. اگر $E = ۲۰۰\text{GPa}$ و $\nu = ۰٫۳۰$، مطلوب است مقدار بار P در حالتی‌که بار خوانده شدهٔ کرنش‌سنج $۱٫۲۴۰\mu$ باشد.

۱۴۷.۶ در میلهٔ مسئله ۱۴۶.۶، مطلوب است مقدار عددی خوانده شده روی کرنش‌سنج به‌ازای بارگذاری مساوی، درصورتی‌که کرنش‌سنج در نقطه‌ای به فاصلهٔ ۲۵mm مستقیماً بالای C و با سمت‌گیری مشابهی قرار گیرد.



شکل م ۱۴۶.۶

۱۴۸.۶ سه کرنش اندازه‌گیری شدهٔ گلبرگ °۶۰ را با ε_1، ε_2، و ε_3 نشان می‌دهیم. (الف) نشان دهید که مجموع این سه‌اندازه و مجموع مجذور اختلاف آنها مستقل از سمت‌گیری گلبرگ هستند و به‌ترتیب برابرند با

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = ۳\varepsilon_{ave} \qquad (۱)$$

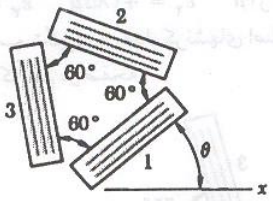
و

$$(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2 = ۴٫۵R^2 \qquad (۲)$$

که در آن، ε_{ave} عرض مرکز متناظر دایرهٔ مور برای کرنش و R شعاع دایره است. (ب) اگر اندازه‌های زیر به‌کمک گلبرگی که به نقطه‌ای مفروض از قطعهٔ ماشین متصل است به‌دست آمده‌باشد

$$\varepsilon_1 = +۲۵۰\mu \qquad \varepsilon_2 = +۶۸۳\mu \qquad \varepsilon_3 = -۱۸۳\mu$$

کرنشهای اصلی در صفحه و کرنش برشی ماکزیمم در صفحه را در آن نقطه تعیین کنید.



شکل م ۱۴۸.۶

دوره و خلاصه

اولین قسمت این فصل به بررسی *تبدیل تنش* در نتیجهٔ چرخش محورها و کاربرد آن برای حل مسئله‌های مهندسی اختصاص داشت، و قسمت دوم به بررسی مشابهی درباره *تبدیل کرنش* اختصاص داشت.

تبدیل تنش صفحه‌ای

ابتدا حالت *تنش صفحه‌ای* را در نقطهٔ مفروض Q (بخش ۲.۶ را ببینید) در نظر گرفتیم و مؤلفه‌های تنش در جزء نشان داده‌شده در شکل ۵.۶ (الف) را با σ_x، σ_y و τ_{xy} نشان دادیم. فرمولهای زیر را برای تعریف مؤلفه‌های $\sigma_{x'}$، $\sigma_{y'}$ و $\tau_{x'y'}$ مربوط به جزء موردنظر، پس از اینکه به اندازهٔ زاویهٔ θ حول محور z بچرخد به‌دست آوردیم [شکل ۵.۶ (ب)].

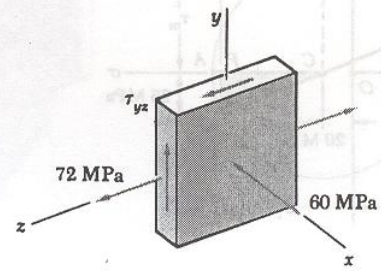
$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{۲} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{۲}\cos ۲\theta + \tau_{xy}\sin ۲\theta \qquad (۵.۶)$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{۲} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{۲}\cos ۲\theta - \tau_{xy}\sin ۲\theta \qquad (۷.۶)$$

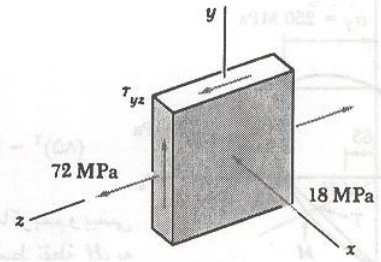
صفحه و هم‌تنشهای برشی در خارج صفحه را درنظر بگیرید).

۶۷.۶ مسئله ۶۶.۶ را درصورتی که (الف) $\sigma_x = ۱۲۰\text{MPa}$ و $\sigma_y = ۶۰\text{MPa}$، (ب) $\sigma_x = ۷۲\text{MPa}$ و $\sigma_y = ۳۰\text{MPa}$، حل کنید.

۶۸.۶ و ۶۹.۶ در حالت تنش نشان داده شده ماکزیمم تنش برشی ماکزیمم را تعیین کنید درصورتی که (الف) $\tau_{yz} = ۱۰۵\text{MPa}$، (ب) $\tau_{yz} = ۴۸\text{MPa}$، (ج) $\tau_{yz} = ۰$.

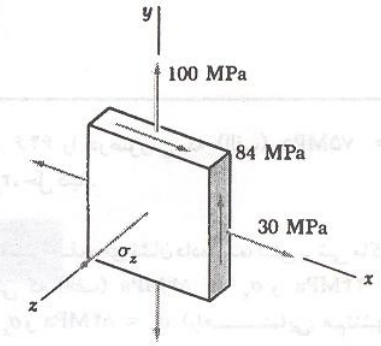


شکل م ۶۸.۶

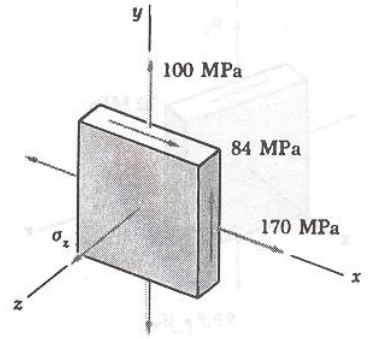


شکل م ۶۹.۶

۷۰.۶ و ۷۱.۶ در حالت تنش نشان داده شده، تنش برشی ماکزیمم را تعیین



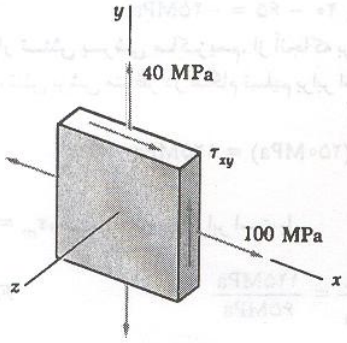
شکل م ۷۰.۶



شکل م ۷۱.۶

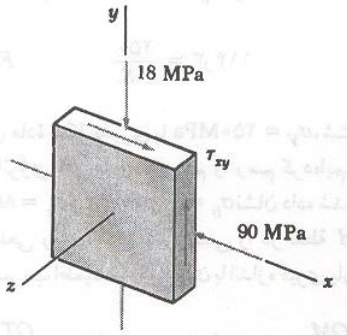
کنید در صورتی که (الف) $\sigma_z = ۰$، (ب) $\sigma_z = +۶۰\text{MPa}$، (ج) $\sigma_z = -۶۰\text{MPa}$.

۷۲.۶ در حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده، مقدار τ_{xy} را معین کنید درصورتی که تنش برشی ماکزیمم (الف) ۶۰MPa، (ب) ۷۸MPa باشد معین کنید.

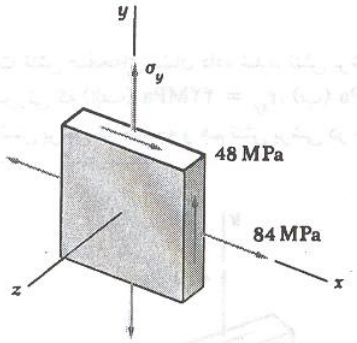


شکل م ۷۲.۶

۷۳.۶ در حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده، مقدار τ_{xy} را درصورتی که تنش برشی ماکزیمم (الف) ۶۰MPa، (ب) ۴۹٫۵MPa باشد معین کنید.



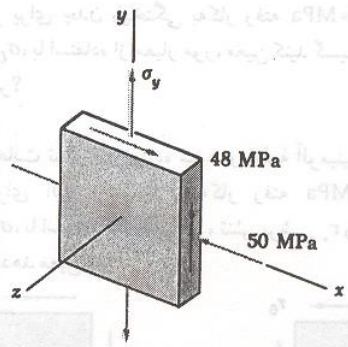
شکل م ۷۳.۶



شکل م ۷۴.۶

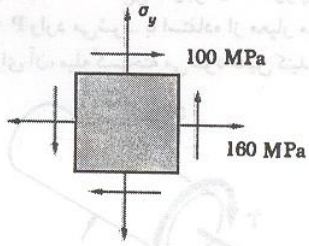
۷۴.۶ در حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده، دو مقدار σ_y را معین کنید، درصورتی که تنش برشی ماکزیمم ۶۰MPa باشد.

۷۵.۶ در حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده، دو مقدار σ_y را معین کنید، درصورتی که تنش برشی ماکزیمم ۷۳MPa باشد.



شکل م ۷۵.۶

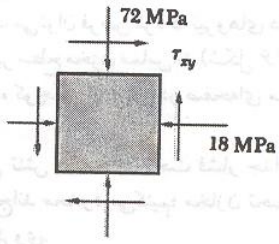
۷۶.۶ حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده در قطعه‌ای سازه‌ای رخ می‌دهد که از فولادی با $\sigma_Y = ۲۵۰\,MPa$ ساخته شده است. با استفاده از معیار تنش برشی ماکزیمم، معین کنید درهریک از سه حالت (الف) $\sigma_y = ۱۶۰\,MPa$، (ب) $\sigma_y = ۴۰\,MPa$، و (ج) $\sigma_y = -۴۰\,MPa$، تسلیم رخ می‌دهد یا خیر.



شکل م ۷۶.۶

۷۷.۶ مسئله ۷۶.۶ را با استفاده از معیار انرژی اعوجاج ماکزیمم حل کنید.

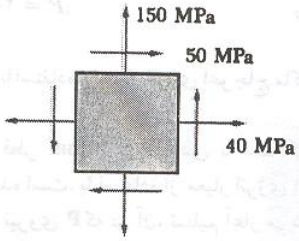
۷۸.۶ حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده در قطعه‌ای از ماشین رخ می‌دهد که از فولادی با $\sigma_Y = ۲۱۶\,MPa$ ساخته شده است. با استفاده از معیار انرژی اعوجاج ماکزیمم معین کنید درهریک از سه حالت (الف) $\tau_{xy} = ۹۰\,MPa$، (ب) $\tau_{xy} = ۱۰۸\,MPa$ (ج) $\tau_{xy} = ۱۲۶\,MPa$، تسلیم رخ می‌دهد یا خیر.



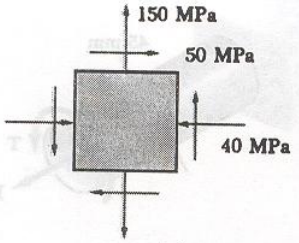
شکل م ۷۸.۶

۷۹.۶ مسئله ۷۸.۶ را با استفاده از معیار تنش برشی ماکزیمم حل کنید.

۸۰.۶ و ۸۱.۶ حالت تنش صفحه‌ای نشان داده شده، در عضوی فولادی رخ می‌دهد که از فولادی با استحکام تسلیم کششی ۳۰۰ MPa ساخته شده است. مطلوب است ضریب اطمینان با توجه به تسلیم، با استفاده از (الف) معیار تنش برشی ماکزیمم، (ب) معیار انرژی اعوجاج ماکزیمم.

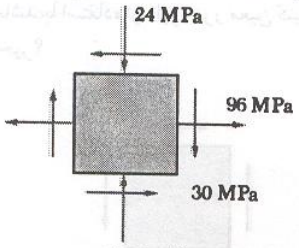


شکل م ۸۰.۶

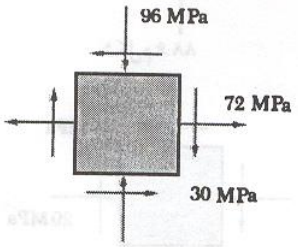


شکل م ۸۱.۶

۸۲.۶ و ۸۳.۶ حالت تنش صفحه‌ای نشان داده‌شده در عضوی آلومینیمی رخ می‌دهد که از آلیاژی با استحکام تسلیم کششی ۲۱۰ MPa ساخته شده است. مطلوب است ضریب اطمینان باتوجه به تسلیم با استفاده از (الف) معیار تنش برشی ماکزیمم، (ب) معیار انرژی اعوجاج ماکزیمم.

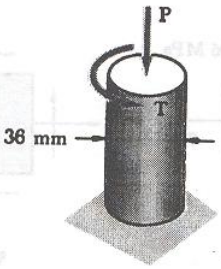


شکل م ۸۲.۶

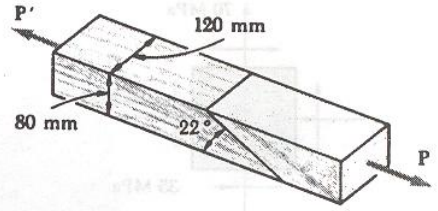


شکل م ۸۳.۶

۸۴.۶ میل‌گردانی به قطر ۳۶mm از فولادی با استحکام تسلیم کششی ۲۵۰ MPa ساخته شده‌است. با استفاده از معیار تنش برشی ماکزیمم مطلوب است مقدار گشتاور پیچشی T که در آن تسلیم آغاز می‌شود

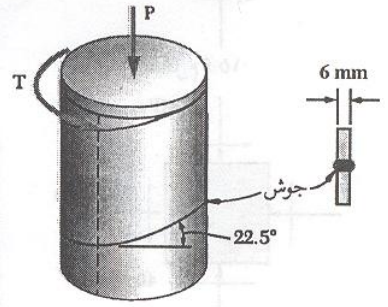


شکل م ۸۴.۶



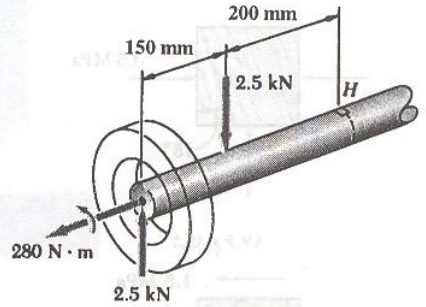
شکل م ۱۹.۶

۲۰.۶ لولهٔ فولادی به قطر خارجی ۳۰۰mm با جوش دادن ورقی به ضخامت ۶mm برروی مارپیچی ساخته شده است که با صفحهٔ عمود بر محور لوله زاویهٔ °۲۲٫۵ می‌سازد. اگر نیروی محوری P به مقدار ۱۸۰kN و گشتاور پیچشی T برابر ۹kN.m در جهتی مطابق شکل بر لوله وارد شود، مطلوب است σ و τ در جهتهایی به‌ترتیب عمود و مماس بر خط جوش.



شکل م ۲۰.۶

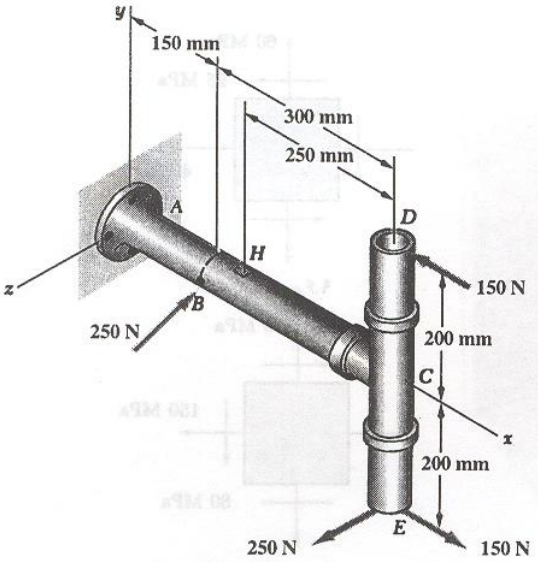
۲۱.۶ محور یک خودرو در معرض نیروها و کوپل نشان داده شده قرار می‌گیرد. اگر قطر محور ۳۲mm باشد، مطلوب است (الف) صفحه‌های اصلی و تنشهای اصلی در نقطهٔ H واقع در بالای محور، (ب) تنشهای برشی ماکزیمم در آن نقطه.



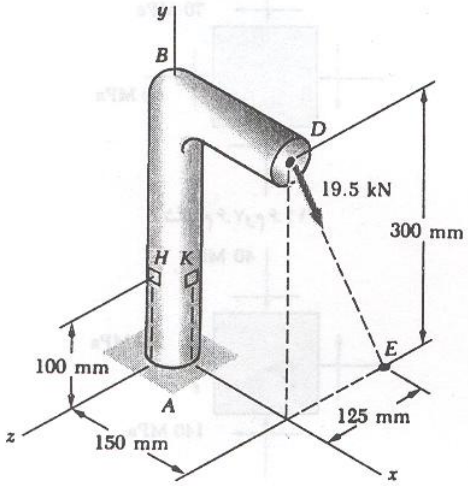
شکل م ۲۱.۶

۲۲.۶ چند نیرو بر مجموعه لوله‌های نشان داده شده وارد می‌شود. اگر قطر داخلی و خارجی لوله به‌ترتیب ۳۸ و ۴۵mm باشد مطلوب است (الف) صفحه‌های اصلی و تنشهای اصلی در نقطهٔ H واقع در بالای سطح خارجی لوله، (ب) تنش برشی ماکزیمم در این نقطه.

۲۳.۶ نیروی ۱۹٫۵kN در نقطهٔ D بر پایهٔ چدنی مطابق شکل وارد می‌شود. می‌دانیم که قطر پایه ۶۰mm است، تنشهای اصلی و تنش برشی ماکزیمم را در (الف) نقطهٔ H، (ب) نقطهٔ K تعیین کنید.

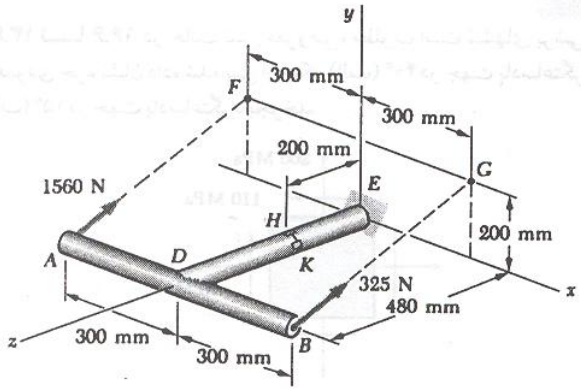


شکل م ۲۲.۶



شکل م ۲۳.۶

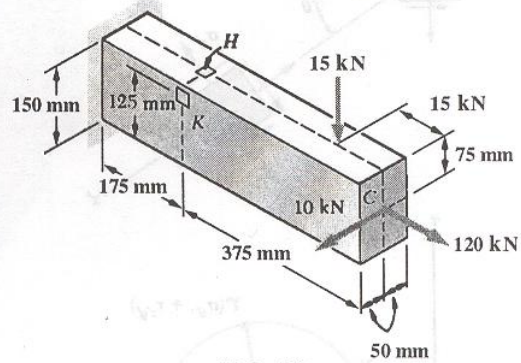
۲۴.۶ دو نیرو مطابق شکل بر میلهٔ AB که به استوانهٔ DE به قطر ۵۰mm جوشکاری شده است وارد می‌شود، با فرض اینکه تنشها زیر حد تناسب



شکل م ۲۴.۶

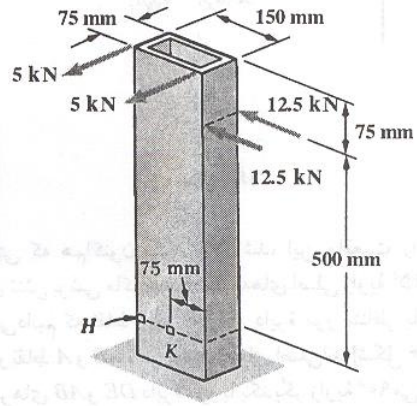
باشند، تنشهای اصلی و تنش برشی ماکزیمم را در (الف) نقطهٔ H، (ب) نقطهٔ K تعیین کنید.

۲۵.۶ سه نیرو مطابق شکل بر تیر یک‌سرگیردار وارد می‌شود. تنش برشی ماکزیمم و سمت‌گیری صفحه‌های متناظر را در (الف) نقطهٔ H، (ب) نقطهٔ K تعیین کنید.



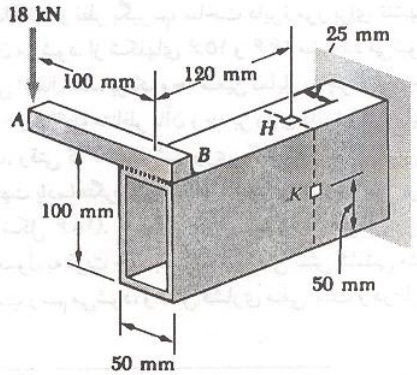
شکل م ۲۵.۶

۲۶.۶ ضخامت جدار یکنواخت سازهٔ نشان داده شده ۶mm است، برای بارگذاری مفروض، تنش برشی ماکزیمم و سمت‌گیری صفحه‌های متناظر را (الف) در نقطهٔ H، (ب) در نقطهٔ K تعیین کنید.



شکل م ۲۶.۶

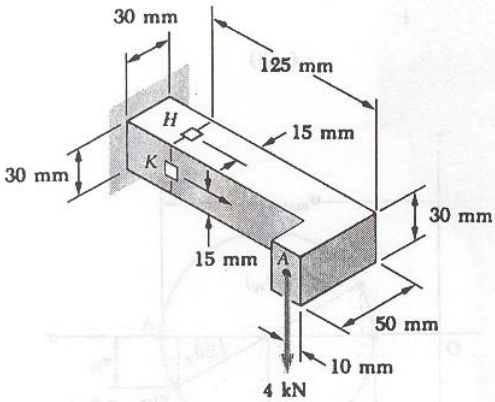
***۲۷.۶** نیروی عمودی ۱۸kN به انتهای نقطهٔ A از میلهٔ AB، که به لولهٔ



شکل م ۲۷.۶

یکنواخت آلومینیمی اکسترود شده به ضخامت جدار ۶mm جوش داده شده است وارد می‌شود، مطلوب است تنشهای اصلی و تنش برشی ماکزیمم در (الف) نقطهٔ H، (ب) نقطهٔ K.

***۲۸.۶** نیروی عمودی ۴kN بر نقطهٔ A از قطعهٔ ماشین نشان داده شده وارد می‌شود. مطلوب است تنشهای اصلی و تنش برشی ماکزیمم در (الف) نقطهٔ H، (ب) نقطهٔ K.



شکل م ۲۸.۶

۴.۶ دایرهٔ مور برای تنشهای صفحه‌ای

دایره‌ای که در بخش پیش برای به‌دست آوردن برخی از فرمولهای اساسی مربوط به تبدیل تنش صفحه‌ای استفاده شد، اولین بار توسط مهندسی آلمانی به نام اتومور (۱۸۳۵–۱۹۱۸) معرفی شد، و از این‌رو *دایرهٔ مور* برای تنشهای صفحه‌ای نامیده می‌شود. چنان‌که خواهیم دید، از این دایره می‌توان روش دیگری برای حل مسائل گوناگون موردنظر در بخشهای ۲.۶ و ۳.۶ به‌دست آورد. این روش مبتنی بر مطالب سادهٔ هندسی است و احتیاج به استفاده از فرمولهای پیچیده و تخصصی ندارد. گرچه این روش اساساً روش ترسیمی برای حل مسائل است، با استفاده از ماشین حساب هم به‌خوبی به‌کار می‌آید.

جزئی مربع شکل از ماده‌ای را که تحت اثر تنش صفحه‌ای قرار دارد در نظر بگیرید [شکل ۱۵.۶ (الف)]، و فرض کنید σ_x، σ_y، و τ_{xy} مؤلفه‌های تنش وارد براین جزء باشند. نقطه‌ای مانند X به مختصات σ_x و $-\tau_{xy}$، و نقطه‌ای مانند Y به مختصات $+\tau_{xy}$ و σ_y رسم می‌کنیم [شکل ۱۵.۶ (ب)]. اگر τ_{xy} مثبت باشد، همان‌گونه که در شکل ۱۵.۶ (الف) فرض شده است نقطهٔ X در زیر محور σ و نقطهٔ Y در بالای محور σ قرار می‌گیرد [شکل ۱۵.۶ (ب)]. اگر τ_{xy} منفی باشد، نقطهٔ X در بالای محور σ و نقطهٔ Y در زیر محور σ قرار می‌گیرد. با اتصال نقاط X و Y با یک خط راست، نقطهٔ C را محل تقاطع خط XY با محور σ تعریف می‌کنیم و سپس دایره‌ای به مرکز C و قطر XY رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه طول نقطهٔ C و شعاع دایره به‌ترتیب برابرند با مقادیر σ_{ave} و R که با توجه با معادلهٔ (۱۰.۶) مشخص شده‌اند، نتیجه می‌گیریم که دایرهٔ به‌دست آمده همان دایرهٔ مور برای تنشهای صفحه‌ای است. به این ترتیب، طولهای نقاط A و B محل تقاطع دایره با محور σ به‌ترتیب تنشهای اصلی σ_{max} و σ_{min} در نقطهٔ Q را نشان می‌دهند.

همچنین می‌بینیم که چون $\tan(XCA) = 2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)$، زاویهٔ XCA از نظر مقدار برابر با یکی از زوایای $2\theta_p$ است که در معادلهٔ (۱۲.۶) صدق می‌کند. در این صورت، زاویهٔ θ_p که در معادلهٔ (۱۵.۶ الف) جهت صفحهٔ اصلی متناظر با نقطهٔ A در شکل ۱۵.۶ (ب) را تعریف می‌کند،